

Question 8

Deux composants électroniques A et B sont reliés par un réseau. Ils s'envoient des impulsions suivant le protocole suivant :

— **Étape 0.** Le composant A envoie une impulsion à B . Le composant B réagit de manière aléatoire :

1. Avec une probabilité $p_0 = \frac{1}{2} = 2^{-1}$, il répond à A . Dans ce cas, on passe à l'étape 1.
2. Avec une probabilité $1 - p_0 = \frac{1}{2} = 1 - 2^{-1}$, il ne répond pas. Dans ce cas, l'échange s'arrête.

— **Étape 1.** Le composant A envoie une impulsion à B . Le composant B réagit de manière aléatoire :

1. Avec une probabilité $p_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} = 2^{-1/2}$, il répond à A . Dans ce cas, on passe à l'étape 2.
2. Avec une probabilité $1 - p_1 = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} = 1 - 2^{-1/2}$, il ne répond pas. Dans ce cas, l'échange s'arrête.

⋮

— **Étape n .** Cette étape se déroule de manière analogue aux étapes 0 et 1, mais la probabilité p_n que B réponde à A vaut $p_n = 2^{-\frac{1}{2^n}}$.

⋮

- (A) La probabilité que A envoie une seule impulsion est de 50%.
- (B) La probabilité que B réponde à A diminue à chaque étape.
- (C) La probabilité que le composant B réponde à la 4^e étape sachant qu'il a répondu à la 3^e étape est $2^{-\frac{1}{2^4}}$.
- (D) La probabilité que l'échange dure au moins deux étapes est de $2^{-(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4})} = 2^{-\frac{7}{4}}$.
- (E) La probabilité que l'envoi d'impulsions entre A et B ne s'arrête jamais est égale à 0.

Question 9

André joue à pile ou face avec une pièce non truquée (la probabilité de pile comme de face est 1/2). Si le tirage donne pile, alors André gagne 0,5 et si c'est face, il perd 1. Il peut jouer autant de fois qu'il le souhaite.

- (A) André joue une seule fois. La probabilité qu'il gagne 0,5 est 1/3.
- (B) André joue deux fois. La probabilité qu'il gagne 1 est de 1/4.
- (C) André joue quatre fois et son gain total est de 0,5. Dans ce cas, André a perdu exactement deux fois.
- (D) André joue quatre fois. La probabilité que son gain total soit de 0,5 est de 1/4.
- (E) L'espérance du gain pour un seul tirage est de -0,5.