

**BANQUE D'ÉPREUVES DUT-BTS  
-SESSION 2013-**

**ÉPREUVE DE MÉCANIQUE**

**CODE ÉPREUVE : 970**

**CALCULATRICE INTERDITE**

**DURÉE DE L'ÉPREUVE: 2H30**

# Exercice 1

La **Figure 1** représente un embrayage EC30XP de la marque REEL. Celui-ci est constitué d'une bague d'entrée et d'une bague de sortie que l'on cherche à solidariser l'une avec l'autre. Il est actionné par un courant électrique qui, en passant dans une bobine solidaire du corps de l'embrayage, crée un flux magnétique qui provoque la translation d'un anneau de commande par rapport à la bague d'entrée. Cet anneau est fixé à la première extrémité d'un ressort de traction, dont l'autre extrémité est fixée à la bague de sortie, et dont le diamètre d'enroulement va diminuer lors de la déformation. Les spires du ressort vont alors entrer en contact avec la bague d'entrée et transmettre le couple à la bague de sortie par frottement. Lorsque le courant électrique de commande est supprimé, l'attraction magnétique disparaît, le ressort reprend sa forme initiale et les deux bagues sont désolidarisées.

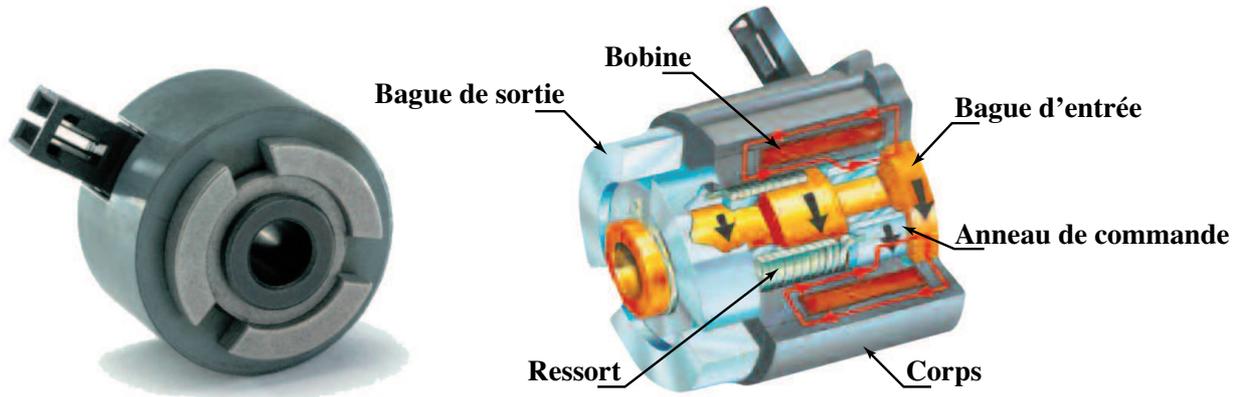


Figure 1 – Embrayage REELL EC30XP

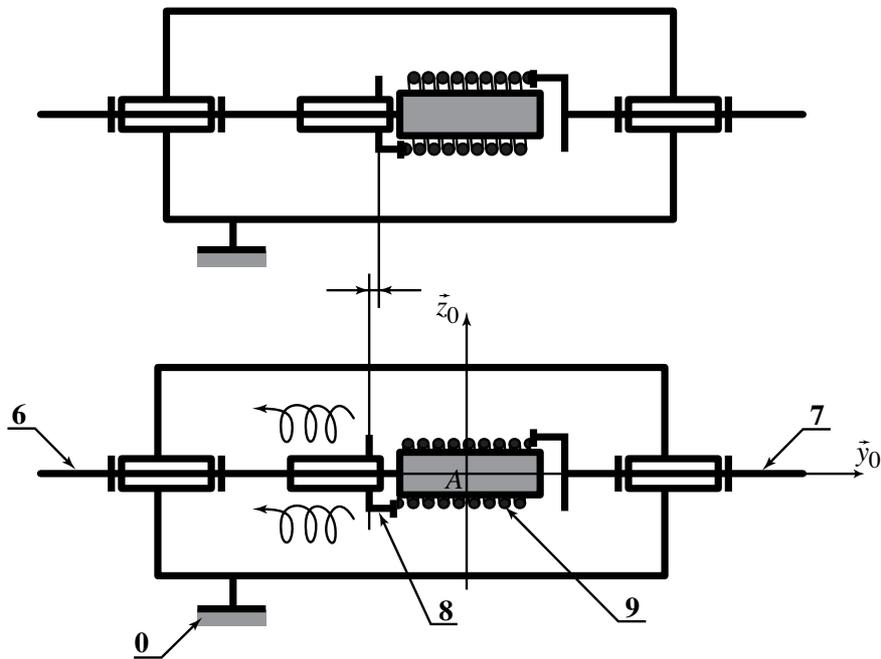


Figure 2 – Modélisation de l'embrayage REELL EC30XP (en haut : débrayé ; en bas : embrayé)

L'embrayage est modélisé par le système décrit sur la **Figure 2** et on donne les caractéristiques géométriques et cinématiques suivantes :

- Le corps de l'embrayage (lié au bâti **0**) est muni du repère  $\mathcal{R}_0 = (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ ,  $A$  étant défini sur la **Figure 1**. Le référentiel associé est supposé galiléen.
- La bague d'entrée **6** est liée au corps **0** par une liaison pivot d'axe  $(A, \vec{y}_0)$ . Le repère lié  $\mathcal{R}_6 = (A, \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6)$  est tel que  $\vec{y}_6 = \vec{y}_0$  et on note  $\theta_6 = (\vec{x}_0, \vec{x}_6) = (\vec{z}_0, \vec{z}_6)$ . La vitesse correspondante est  $\omega_6 = \dot{\theta}_6$ . Le moment d'inertie par rapport à l'axe  $(A, \vec{y}_6)$  de la bague d'entrée est  $I_6$ . L'action mécanique de l'extérieur sur la bague **6** est modélisée par un couple  $\vec{C}'_g = C'_g \vec{y}_0$  en  $A$ .
- La bague de sortie **7** est liée au corps **0** par une liaison pivot d'axe  $(A, \vec{y}_0)$ . Le repère lié  $\mathcal{R}_7 = (A, \vec{x}_7, \vec{y}_7, \vec{z}_7)$  est tel que  $\vec{y}_7 = \vec{y}_0$  et on note  $\theta_7 = (\vec{x}_0, \vec{x}_7) = (\vec{z}_0, \vec{z}_7)$ . La vitesse correspondante est  $\omega_7 = \dot{\theta}_7$ . Le moment d'inertie par rapport à l'axe  $(A, \vec{y}_7)$  de la bague de sortie est  $I_7$ . L'action mécanique de l'extérieur sur la bague **7** est modélisée par un couple  $\vec{C}_g = -C_g \vec{y}_0$  en  $A$ .
- L'anneau de commande **8** est lié à la bague d'entrée **6** par une liaison pivot glissant d'axe  $(A, \vec{y}_0)$ . Sa masse, ainsi que son moment d'inertie par rapport à l'axe  $(A, \vec{y}_0)$  sont négligés.
- Le ressort **9**, dont la masse et le moment d'inertie sont aussi négligés, exerce sur la bague d'entrée **6** un couple assurant l'embrayage  $-\vec{C}_e = -C_e \vec{y}_0$  lorsque les forces électromagnétiques  $\vec{F}_e = -F_e \vec{y}_0$  s'exercent sur l'anneau de commande **8**.

On s'intéresse ici à la phase de synchronisation. On cherche en particulier à déterminer le temps d'embrayage  $t_e$ , c'est-à-dire la durée nécessaire à la synchronisation des bagues d'entrée et de sortie. Cette phase débute à l'instant  $t = 0$  et les vitesses initiales sont respectivement  $\omega_{60}$  et  $\omega_{70}$  (avec  $\omega_{60} \geq \omega_{70}$ ). On suppose que ces deux vitesses varient très peu pendant la fermeture de l'embrayage qui dure  $\tau_e$ . On a donc  $\omega_6(\tau_e) \approx \omega_6(0) = \omega_{60}$  et  $\omega_7(\tau_e) \approx \omega_7(0) = \omega_{70}$ . Pour simplifier, à partir de l'instant où l'embrayage est fermé, c'est-à-dire  $t = \tau_e$ , on suppose les couples  $C'_g$ ,  $C_g$  et  $C_e$  constants.

- (A) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à la bague d'entrée **6** en mouvement par rapport au référentiel  $\mathcal{R}_0$ , on montre que :

$$I_6 \dot{\omega}_6 = C'_g - C_e$$

- (B) La loi d'évolution au cours du temps de  $\omega_6$  est :

$$\omega_6 = \omega_{60} + \frac{C'_g - C_e}{I_6} (t - \tau_e)$$

- (C) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à la bague de sortie **7** en mouvement par rapport au référentiel  $\mathcal{R}_0$ , on montre que :

$$I_7 \dot{\omega}_7 = -C_g + C_e$$

- (D) La loi d'évolution au cours du temps de  $\omega_7$  est :

$$\omega_7 = \omega_{70} + \frac{-C_g + C_e}{I_7} (t - \tau_e)$$

- (E) Le temps d'embrayage  $t_e$  est :

$$t_e = \tau_e + \frac{\omega_{60} - \omega_{70}}{C_e \left( \frac{1}{I_6} + \frac{1}{I_7} \right) + \left( \frac{C'_g}{I_6} + \frac{C_g}{I_7} \right)}$$

## Exercice 2

On reprend l'embrayage EC30XP de l'exercice précédent et on cherche maintenant à calculer l'énergie totale dissipée dans celui-ci durant la phase de synchronisation. Pour cela, on fait l'hypothèse que les dissipations qui ont lieu durant la phase de fermeture de l'embrayage (de 0 à  $\tau_e$ ) sont négligeables.

- (A) Avant la phase de fermeture de l'embrayage, la puissance dissipée par frottement dans celui-ci est nulle.
- (B) La puissance  $P_e$  dissipée par frottement dans l'embrayage est :

$$P_e = C_e(\omega_6 - \omega_7)$$

- (C) L'énergie totale  $W_e$  dissipée durant la phase de synchronisation est :

$$W_e = \frac{1}{2}C_e(\omega_{60} - \omega_{70})(t_e - \tau_e)$$

- (D) Une fois que la synchronisation a eu lieu, la puissance dissipée par frottement dans l'embrayage est  $C_e\omega_6$ .
- (E) Une fois que la synchronisation a eu lieu, la puissance dissipée par frottement dans l'embrayage est nulle.

## Exercice 3

On reprend l'embrayage EC30XP des exercices précédents et on cherche à déterminer le couple  $C_e$  transmissible par le biais du ressort. Ce couple est dû aux forces de frottement qui s'exercent entre la bague d'entrée **6** et le ressort **9** lorsque celui-ci se déforme (cf. **Figure 3**). En effet, lorsque l'anneau **8** de la **Figure 2** est entraîné par les forces électromagnétiques, il exerce un effort axial sur le ressort qui s'allonge tout en voyant son diamètre moyen d'enroulement diminuer.

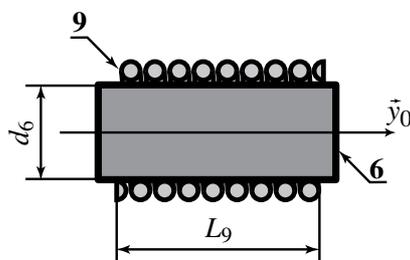


Figure 3 – Modélisation du contact entre le ressort **9** et la bague d'entrée **6**

- (A) Si considère le modèle de la **Figure 3**, avant qu'il ne rentre en contact avec **6**, la sollicitation mécanique intérieure dans le ressort **9** est principalement de la torsion.
- (B) Si considère le modèle de la **Figure 3**, pour un effort axial donné exercé par l'anneau **8** sur le ressort **9** et toutes autres grandeurs identiques par ailleurs, l'allongement de ce dernier augmente avec le diamètre  $d_6$ .

La détermination de la pression linéique de contact entre le ressort et la bague est complexe ne fait pas l'objet de cette exercice. On propose pour simplifier un modèle surfacique (cf. **Figure 4**) qui se traduit par une pression surfacique  $p$  s'exerçant sur une surface équivalente cylindrique, de diamètre  $d_6$ , de longueur égale à la moitié de la longueur sous charge  $L_9$  du ressort. On suppose en outre que le contact est régi par le modèle de Coulomb avec un coefficient de frottement noté  $f$ .

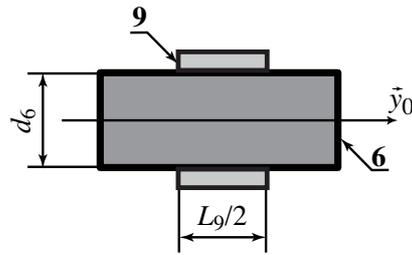


Figure 4 – Modélisation du contact entre le ressort **9** et la bague d'entrée **6**

- (C) Le coefficient de frottement acier-acier est supérieur à 0,5.  
 (D) Si considère le modèle de la **Figure 4**, le couple  $C_e$  transmissible dans l'embrayage est tel que :

$$|C_e| = \frac{\pi}{4} f d_6^2 L_9 p$$

- (E) Si considère le modèle de la **Figure 4**, le couple  $C_e$  transmissible dans l'embrayage est tel que :

$$|C_e| = \frac{\pi}{2} f d_6^2 L_9 p$$

## Exercice 4

- (A) Dans un assemblage entre un arbre et un moyeu par centrage long et goupille, la goupille travaille le plus souvent en torsion.  
 (B) Dans un assemblage entre un arbre et un moyeu par centrage long et clavette, le critère principal utilisé pour le dimensionnement de cette dernière est le cisaillement.  
 (C) L'utilisation de cannelures plutôt que d'une clavette permet d'augmenter le couple transmissible pour un diamètre de l'arbre identique.  
 (D) Une solution pour réaliser un assemblage par frettage est de réaliser un changement de dimensions des pièces à l'aide d'une variation de température.  
 (E) Un palier « hydrodynamique » tire son nom du fait que la pression du film lubrifiant est maintenue par le biais d'une pompe.

## Exercice 5

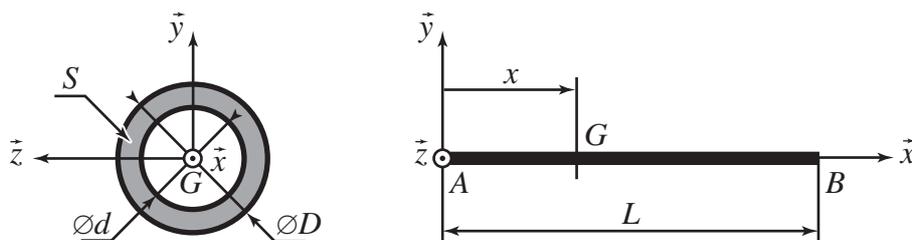


Figure 5 – Arbre en torsion

La **Figure 5** représente un arbre de module d'Young  $E$  et coefficient de Poisson  $\nu$ . Cet arbre est modélisé par une poutre droite de longueur  $L$ , sollicitée par un couple  $-C\vec{x}$  à son extrémité  $A$  et un couple  $C\vec{x}$  à son autre extrémité  $B$ . La section  $S$  de la poutre est une couronne de diamètre intérieur  $d$  et de diamètre extérieur  $D$ . Classiquement, dans le cadre de la théorie des poutres, on prendra comme convention que le torseur de cohésion à l'abscisse  $x$  représente les actions mécaniques intérieures exercées par la partie avale ( $> x$ ) sur la partie amont ( $< x$ ).

- (A) Le module de cisaillement  $G$  du matériau peut s'exprimer en fonction du module d'Young  $E$  et du coefficient de Poisson  $\nu$  par l'expression suivante :

$$G = \frac{E}{2(1 - \nu)}$$

- (B) Le moment quadratique  $I$  de la section  $S$  par rapport à l'axe  $(G, \vec{x})$  est :

$$I = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)$$

- (C) La contrainte maximale dans la section  $S$  est atteinte sur le diamètre moyen  $\frac{d+D}{2}$ .

- (D) La contrainte maximale dans la section  $S$  est  $\frac{CD}{I}$ .

- (E) Si on s'était placé dans le cadre de la théorie d'Euler-Bernoulli, les résultats précédents auraient été modifiés.

## Exercice 6

La **Figure 6** représente un véhicule en mouvement par rapport à la route  $\mathbf{0}$  (le référentiel associé à celle-ci est supposé galiléen) et modélisé par sa caisse  $\mathbf{1}$  et ses roues  $\mathbf{2}$  et  $\mathbf{3}$  (pour simplifier, on considère le problème plan). L'ensemble des solides qui constituent le véhicule est noté  $\mathbf{V} = \{\mathbf{1} \cup \mathbf{2} \cup \mathbf{3}\}$ , son centre de gravité  $G$  et sa masse totale  $m$ . L'accélération de la pesanteur est  $\vec{g} = -g\vec{z}_0$  et les actions mécaniques exercées par la route sur les roues sont modélisées par des glisseurs :  $\vec{R}_A = N_A\vec{z}_0 - T_A\vec{x}_0$  en  $A$  et  $\vec{R}_B = N_B\vec{z}_0 - T_B\vec{x}_0$  en  $B$ . On s'intéresse à la phase de freinage du véhicule lorsque celui-ci est animé d'un mouvement rectiligne. L'accélération de  $G$  par rapport à la route est  $\vec{\Gamma}(G/\mathbf{0}) = \Gamma\vec{x}_0$  avec  $\Gamma < 0$ . On néglige l'inertie des roues avant et arrière.

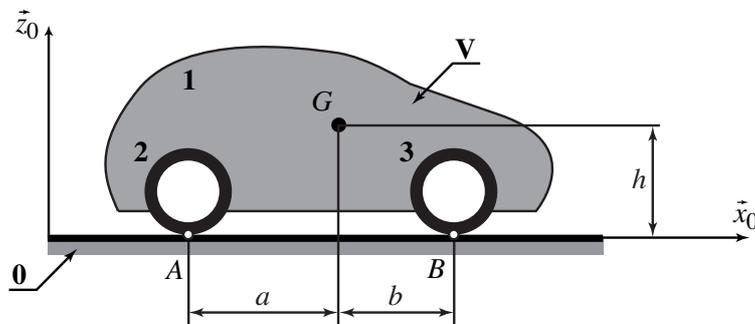


Figure 6 – Étude de la phase de freinage d'un véhicule

- (A) On peut montrer que  $N_A + N_B = mg$ .  
 (B) On peut montrer que  $T_A + T_B = m\Gamma$ .  
 (C) On peut montrer que  $(hT_A + aN_A) - (hT_B + bN_B) = 0$ .  
 (D) Les réactions du sol sur les roues sont telles que :

$$N_A = m \frac{bg + h\Gamma}{a + b} \quad \text{et} \quad N_B = m \frac{ag + h\Gamma}{a + b}$$

- (E) Durant la phase de freinage, la réaction d'appui augmente à l'avant du véhicule, tandis que celle à l'arrière diminue.

## Exercice 7

On s'intéresse à une éolienne subissant la force du vent. Ce problème est modélisé de trois manières différentes, comme indiqué sur la **Figure 7**. Dans le **modèle 1**, le vent est modélisé comme une force ponctuelle exercée à l'extrémité du mat, en  $x = H$ . Dans le **modèle 2**, le vent est modélisé par une force ponctuelle exercée au milieu du mat, en  $x = H/2$ . Dans le **modèle 3**, le vent exerce sur l'ensemble du mat une force linéique croissante avec l'altitude  $x$ . Sur un élément de longueur  $dx$  situé à l'altitude  $x$ , cette force s'écrit  $dF = p_{\max} \frac{x}{H} dx$ . Le poids de la nacelle supportant l'hélice et le poids du mât sont négligés. On ne s'intéresse qu'à la déformation du mat, supposé être une poutre, sous l'effet de la force exercée par le vent.

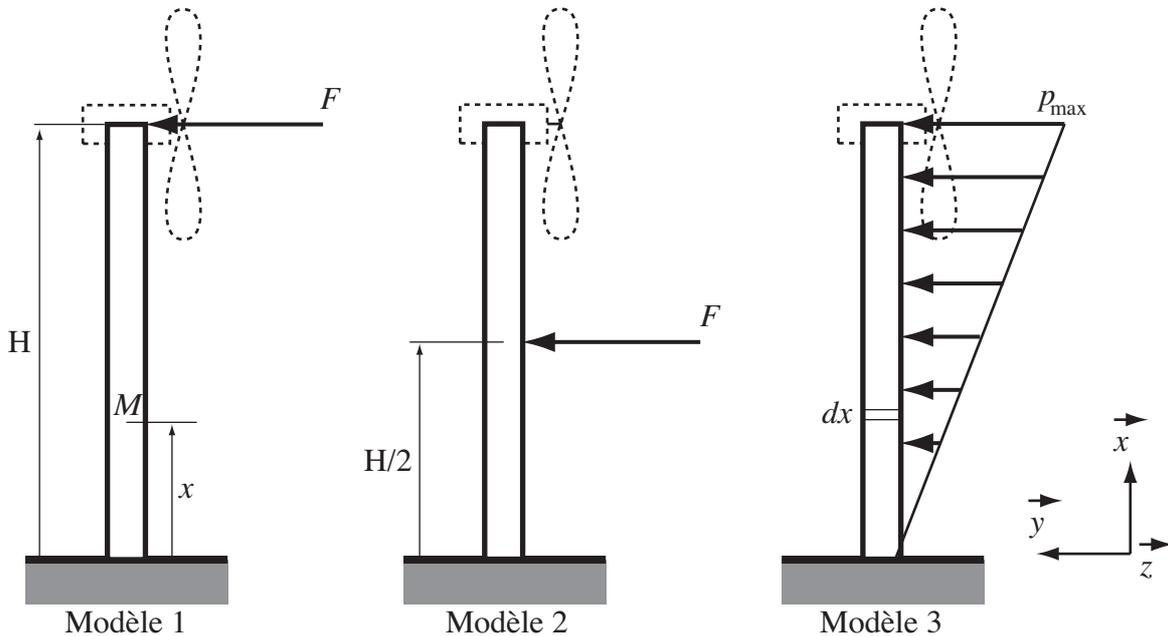


Figure 7 – Modélisation d'une éolienne soumise au vent

- (A) Dans le **modèle 1**, le torseur de cohésion au point  $M$  situé à l'altitude  $x$  s'écrit, dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  :

$$\{\mathbf{T}_{\text{coh}}\} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ F & 0 \\ 0 & F(L-x) \end{array} \right\}_{(M, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

(B) Dans le **modèle 1**, la flèche du point situé à l'extrémité en  $x = H$ , notée  $v(H)$ , vaut :

$$v(H) = \frac{FH^3}{3EI_z}$$

où  $E$  est le module d'Young du matériau constituant le mât, et  $I_z$  est le moment quadratique de la section du mât suivant  $(M, \vec{z})$ .

(C) Dans le **modèle 2**, la flèche du point situé à l'extrémité en  $x = H$ , notée  $v(H)$ , vaut :

$$v(H) = \frac{FH^3}{24EI_z}$$

(D) Dans le **modèle 3**, si la résultante des forces linéiques exercées par le vent sur le mât est égale à la force  $F$  du **modèle 1**, c'est-à-dire si l'on a :

$$\int_0^H p_{\max} \frac{x}{H} dx = F$$

alors la flèche du point situé en  $x = H$  sera identique à celle du **modèle 1**.

(E) Dans le **modèle 3**, le torseur de cohésion au point  $M$  situé à l'altitude  $x$  s'écrit, dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  :

$$\{\mathbf{T}_{\text{coh}}\} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ p_{\max} \frac{H^2 - x^2}{2H} & 0 \\ 0 & p_{\max} \frac{2H^3 - 3H^2x + x^3}{6H} \end{array} \right\}_{(M, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

## Exercice 8

- (A) La pression de matage d'un acier d'usage courant est du même ordre de grandeur que son module d'Young.
- (B) La densité de l'aluminium est inférieure à celle de l'acier.
- (C) L'aluminium a un module d'Young de l'ordre de 70 MPa.
- (D) Un acier C75 (anciennement XC75) contient 7,5 % de carbone.
- (E) Un acier S350 possède une limite d'élasticité de 350 N/mm<sup>2</sup>.

## Exercice 9

On s'intéresse au roulement décrit sur la **Figure 8** dont les caractéristiques constructeur sont données dans le **Tableau 1**.

- (A) Ce type de roulement est appelé roulement à rotule sur rouleaux.
- (B) Pour ce type de roulement, la charge statique de base  $C_0$  est définie comme la charge axiale qui conduit à une déformation permanente de 0,01 fois le diamètre de l'élément roulant.

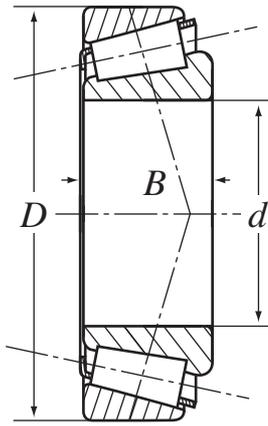


Figure 8 – Roulement considéré

Dimensions			Charge de base dynamique	Charge de base statique	Vitesses limite (huile) (graisse)	
$d$	$D$	$B$	$C$	$C_0$	$N$	$N$
mm	mm	mm	kN	kN	tr/min	tr/min
30	55	17	38,5	45	6400	8000

Tableau 1 – Données constructeur du roulement considéré

(C) La formule permettant le calcul de la durée de vie est :

$$L_{10} = \left( \frac{C}{P} \right)^n$$

dans laquelle  $L_{10}$  est la durée de vie (pour une fiabilité de 90 %) en millions de tours,  $C$  la charge dynamique de base,  $P$  la charge radiale équivalente exercée sur le roulement, exprimée dans la même unité que  $C$ ,  $n$  un coefficient égal à 3.

(D) Le montage de ce type de roulement inclut généralement un roulement similaire monté dans l'autre sens, avec une légère précharge (aussi appelée précontrainte), qui permet d'augmenter sensiblement la durée de vie des roulements en annulant le jeu dans le roulement.

(E) Pour ce type de roulement, la charge statique de base est supérieure à la charge dynamique de base dans la grande majorité des cas.

## Exercice 10

On considère le réducteur schématisé sur la **Figure 9**, composé d'un arbre d'entrée **1**, de trois pièces **2** identiques et disposés à  $120^\circ$ , et d'un arbre de sortie **3**. Les engrenements sont réalisés par des engrenages hélicoïdaux, dont on note  $\alpha_{ij}$  l'angle de pression normal et  $\beta_{ij}$  l'angle d'hélice, avec  $ij = 12$  pour l'engrènement entre **1** et **2** et  $ij = 23$  pour l'engrènement entre **2** et **3**. Les liaisons entre les solides et le bâti sont des liaisons pivots parfaites. Les liaisons entre les solides font l'objet d'une partie de la discussion.

(A) Si les proportions du schéma sont représentatives de la réalité, la vitesse est effectivement réduite :

$$\Omega_{\text{entrée}} > \Omega_{\text{sortie}}$$

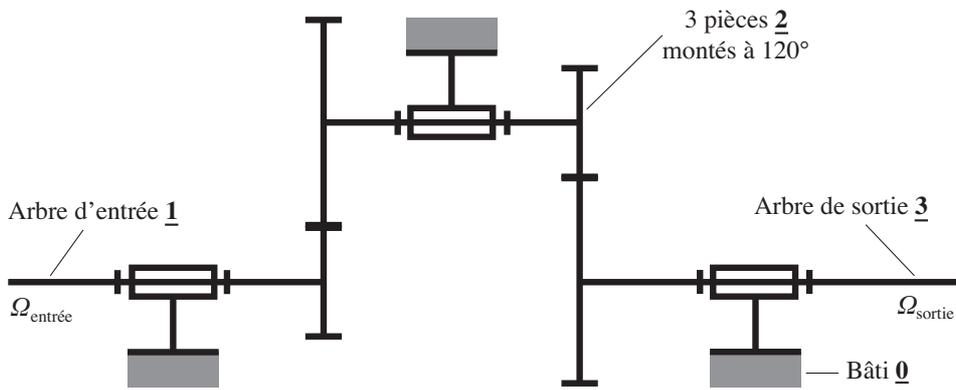


Figure 9 – Réducteur à engrenages

- (B) Si l'on modélise le contact à l'engrènement par des liaisons linéaires rectilignes, le système est hyperstatique de degré 8.
- (C) En modélisant le contact à l'engrènement par des liaisons ponctuelles, le système devient isostatique.
- (D) Les angles de pression  $\alpha_{ij}$  sont la plupart du temps pris supérieurs à  $35^\circ$ .
- (E) Du fait des dentures hélicoïdales, des efforts axiaux sont générés aux engrènements. Si l'on choisit les angles d'hélice égaux :  $\beta_{12} = \beta_{23}$ , alors les efforts axiaux sur le satellite **2** s'annulent.

## Exercice 11

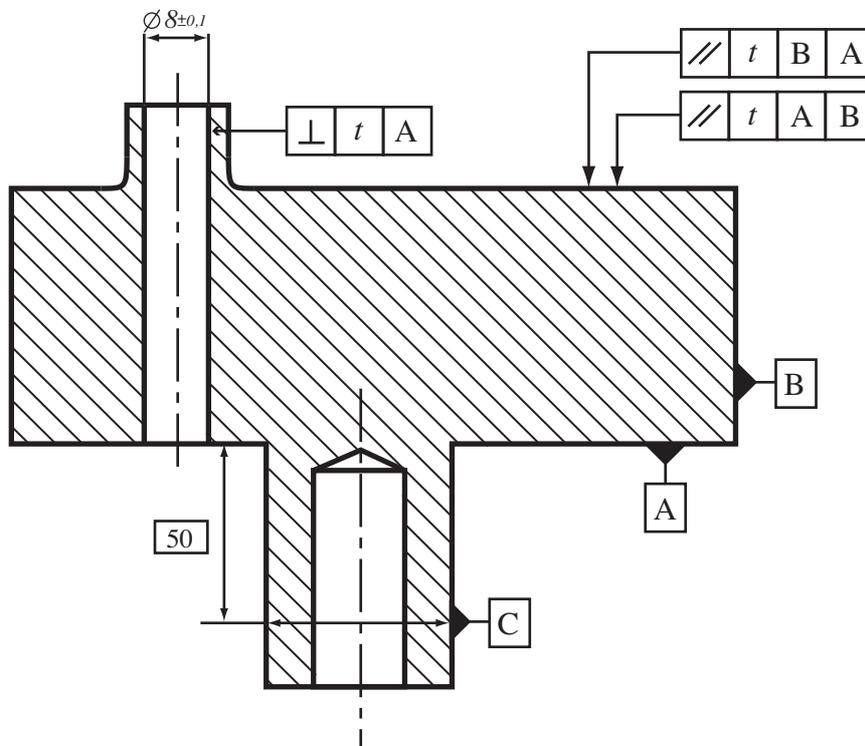


Figure 10 – Dessin de définition avec spécifications

On considère le dessin de définition de la **Figure 10**.

- (A) Les éléments tolérancés désignés par les deux spécifications de parallélisme sont identiques.
- (B) Les systèmes de référence désignés par les deux spécifications de parallélisme sont identiques.
- (C) L'élément de référence C désigne une droite.
- (D) La zone de tolérance de la spécification de perpendicularité est comprise entre deux cylindres.
- (E) Les éléments de référence A et B sont perpendiculaires de fait, sans qu'on ait besoin d'indiquer un angle de  $90^\circ$  entre eux.

## Exercice 12

On s'intéresse à un système plan composé de 5 solides rigides dont le schéma cinématique est donné sur la **Figure 11**. Toutes les liaisons sont des liaisons pivots parfaites de direction  $\vec{z}$ , à l'exception de la liaison entre le bâti **0** et le solide **3**, qui est une pivot glissant parfaite de direction  $\vec{y}$ . On s'intéresse à la détermination graphique de la cinématique du système. La vitesse du point *B* du solide **1** par rapport au bâti **0** est indiquée sur le schéma, ainsi que l'échelle adaptée. Cette vitesse a pour norme 2,3 m/s. La détermination graphique pouvant manquer de précision, les valeurs indiquées dans les questions seront considérées avec une possible imprécision de  $\pm 0,5$  m/s.

- (A) La vitesse du point *C* du solide **2** par rapport au bâti **0** a pour norme 4,6 m/s.
- (B) Le centre instantané de rotation du solide **2** par rapport à **0** est situé très proche du point *E*, à moins de 2 cm.
- (C) La vitesse du point *E* du solide **2** par rapport à **0** vaut 11 m/s.
- (D) La vitesse du point *K* du solide **5** par rapport à **0** vaut 3,5 m/s.
- (E) Le centre instantané de rotation du solide **5** par rapport à **0** est situé hors de la page.

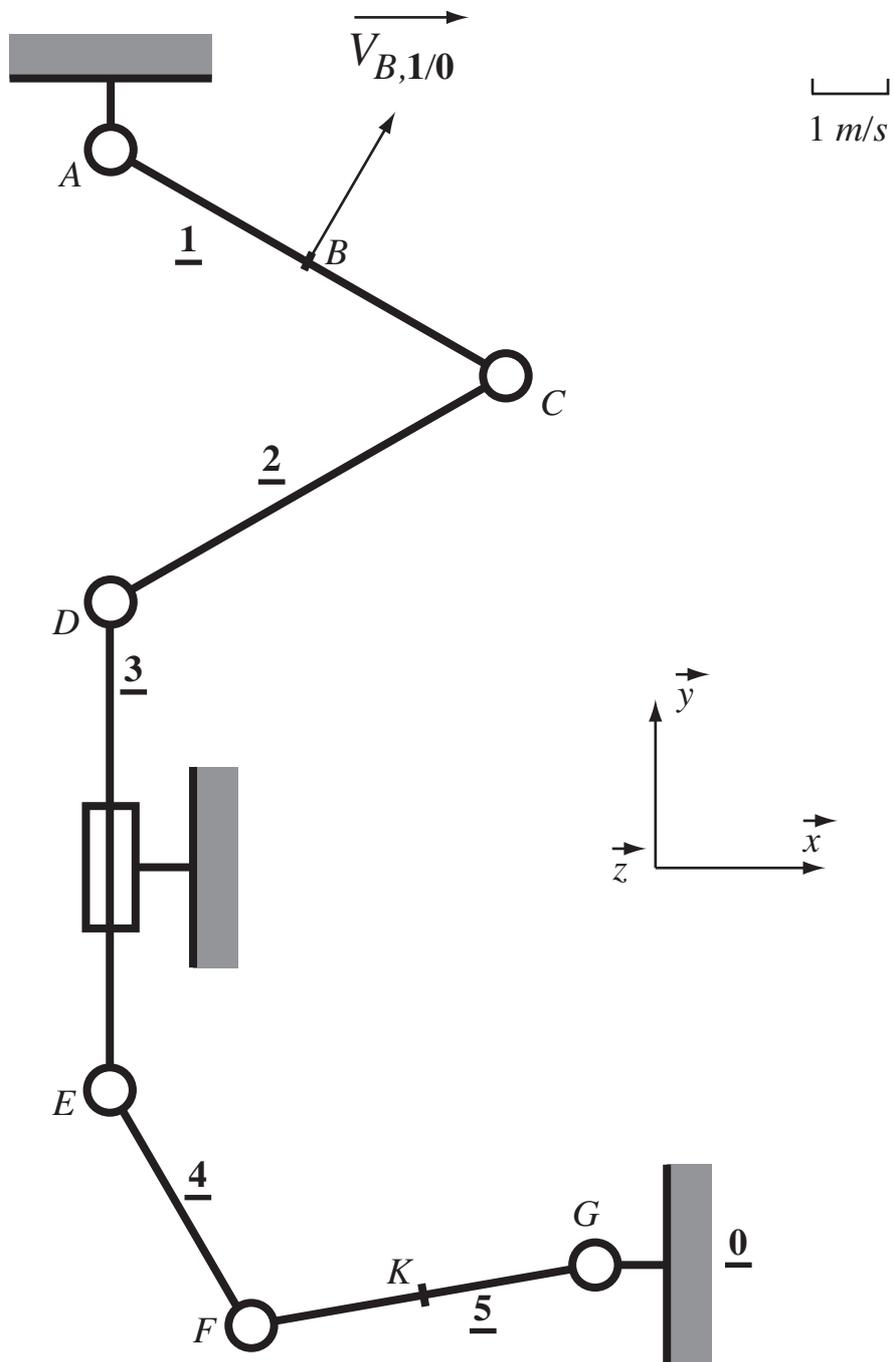


Figure 11 – Schématisation du système dans le plan