

**Avertissement concernant l'ensemble de l'épreuve :**

**Pour chaque question, indiquez sur le document-réponse si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.**

**Lorsqu'une question comporte un résultat numérique à vérifier, ce résultat doit être considéré comme « vrai » si l'égalité est vérifiée à  $\pm 10\%$**

**ELECTRICITE GENERALE – SYSTEMES LINEAIRES**

**Question 1**

On considère la tension  $u(t)$  telle que  $u(t) = 10 + 3 \sin(\omega_0 t + \phi)$

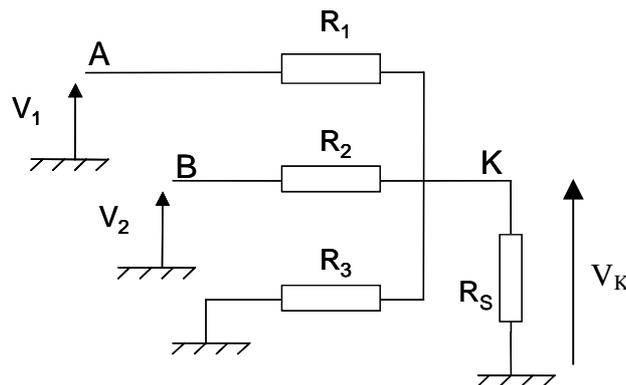
avec  $\omega_0 = 100 \text{ krad/s}$  et  $\phi = \pi/8 \text{ rad}$ .

Elle débite dans une résistance  $R$  de valeur  $100 \Omega$ .

- (A) La valeur moyenne de  $u(t)$  vaut  $10 \text{ V}$ .
- (B) La valeur efficace de  $u(t)$  vaut  $12 \text{ V}$ .
- (C) La période  $T_0$  de  $u(t)$  vaut  $10 \mu\text{s}$ .
- (D) La puissance active consommée dans  $R$  vaut  $1 \text{ W}$ .
- (E) La puissance réactive vaut  $7 \text{ mVAR}$ .

**Question 2**

On considère le schéma suivant :



avec  $R_1 = 18 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 6 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 6 \text{ k}\Omega$ ,  $R_S = 6 \text{ k}\Omega$ ,

- (A) La tension  $V_K$  est égale à  $V_K = \frac{R_1 \cdot V_2 + R_2 \cdot V_1}{R_1 + R_2}$

(B) En reliant les points A et B, la résistance vue entre A et la masse M vaut :

$$R_{AM} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_S R_3}{R_S + R_3}$$

On alimente avec  $V_1 = 10 \text{ V}$  et  $V_2 = 0 \text{ V}$ .

(C) La tension aux bornes de  $R_S$  vaut 5 V.

(D) La tension aux bornes de  $R_1$  vaut 9 V.

(E) Le courant  $i_1$  dans la résistance  $R_1$  vaut 2 mA.

### Question 3

On considère la fonction de transfert suivante :

$$H(j.\omega) = \frac{-10 \left( 1 + j \frac{\omega}{\omega_1} \right)}{\left( 1 + j \frac{\omega}{\omega_2} \right)}$$

avec  $\omega_1 = 100 \text{ krad/s}$  et  $\omega_2 = 1 \text{ krad/s}$

(A) Le gain statique vaut  $-10 \text{ dB}$ .

(B) Pour  $\omega = 1 \text{ krad/s}$ , le gain vaut 17 dB.

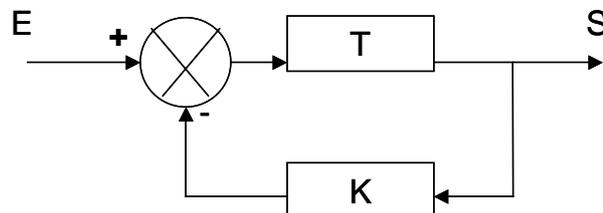
(C) La phase de  $H(j\omega)$  prend la valeur  $45^\circ$  pour  $\omega = 50,5 \text{ krad/s}$ .

(D) Pour  $\omega = 10 \text{ Mrad/s}$ , l'entrée et la sortie ont même module.

(E) Pour  $\omega = 10 \text{ Mrad/s}$ , l'entrée et la sortie sont en opposition de phase.

### Question 4

On considère le système bouclé suivant :



$$\text{avec } T(j.\omega) = \frac{1}{1 + j.\omega.0,16 + 0,001.(j.\omega)^2}$$

(A) En boucle ouverte, la réponse indicielle ne présente pas de dépassement et la réponse fréquentielle ne présente pas de résonance.

(B) La fonction de transfert en boucle fermée s'exprime :

$$H_{BF}(j.\omega) = \frac{K}{1+K+j.\omega.0,16+0,001.(j.\omega)^2}$$

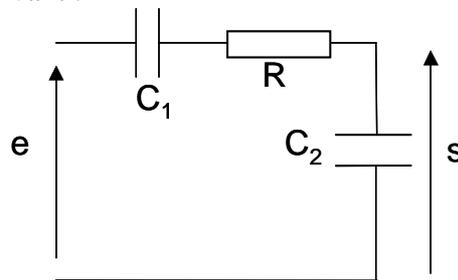
(C) Pour  $K = 9$ , les pulsations propres en boucle ouverte et en boucle fermée sont égales et valent  $\omega_0 = 32$  rad/s.

(D) Pour  $K > 0$ , le système est stable en boucle fermée.

(E) Pour le système en boucle fermée avec  $K = 9$ , la réponse indicielle présente un dépassement et la réponse fréquentielle ne présente pas de résonance.

### Question 5

On considère le montage suivant :



Avec  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $C_1 = 10 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $C_2 = 68 \text{ }\mu\text{F}$ .

Initialement, les condensateurs sont chargés à 1 V pour  $C_1$  et 2 V pour  $C_2$ .

L'entrée  $e(t)$  est un échelon de tension, de transformée de Laplace  $E(p) = \frac{E}{p}$  avec

$E = 10 \text{ V}$ .

(A) L'équation différentielle suivante régit le système :  $R.C_1 \frac{de}{dt} = R.C_2 \frac{ds}{dt} + \frac{C_1+C_2}{C_1} s(t)$ .

(B) A  $t = 0^-$ ,  $s(t) = 2 \text{ V}$  et  $i(t) = 0$ .

(C) Les transformées de Laplace de l'entrée et de la sortie sont reliées par l'équation :

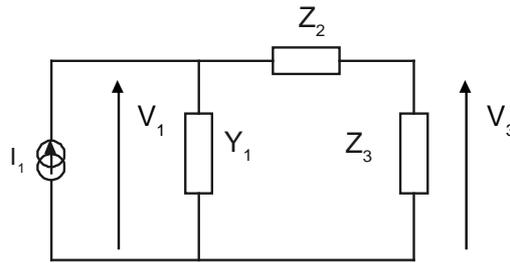
$$S(p) = \frac{E(p)}{\frac{C_1+C_2}{C_1} + R.C_2.p} + \frac{s(0)}{\frac{C_1+C_2}{C_1} + R.C_2.p}$$

(D) La constante de temps du système est  $\tau = \frac{RC_1C_2}{C_1+C_2}$

(E) La valeur finale de  $s(t)$  vaut  $s(t \rightarrow \infty) = E$ .

### Question 6

On étudie le circuit suivant :



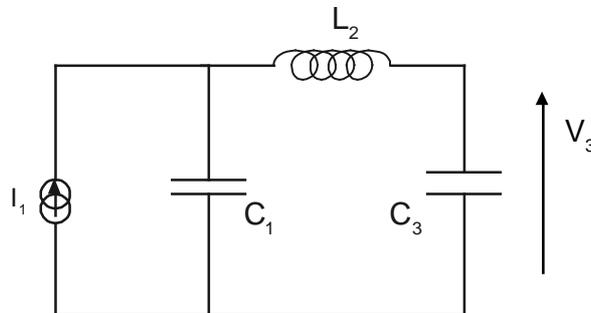
Pour cet exercice, les admittances sont notées  $Y_i$ , et les impédances  $Z_i$ .

(A)  $V_1 = I_1 \frac{1}{Y_1 + \frac{1}{Z_2 + Z_3}}$

(B)  $V_3 = I_1 \frac{1}{Y_1 + \frac{1}{Z_2 + Z_3}} \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3}$

(C)  $V_3 = I_1 \frac{1}{Y_1 Y_3 Z_2 + Y_1 + Y_3}$

On étudie maintenant le circuit suivant :

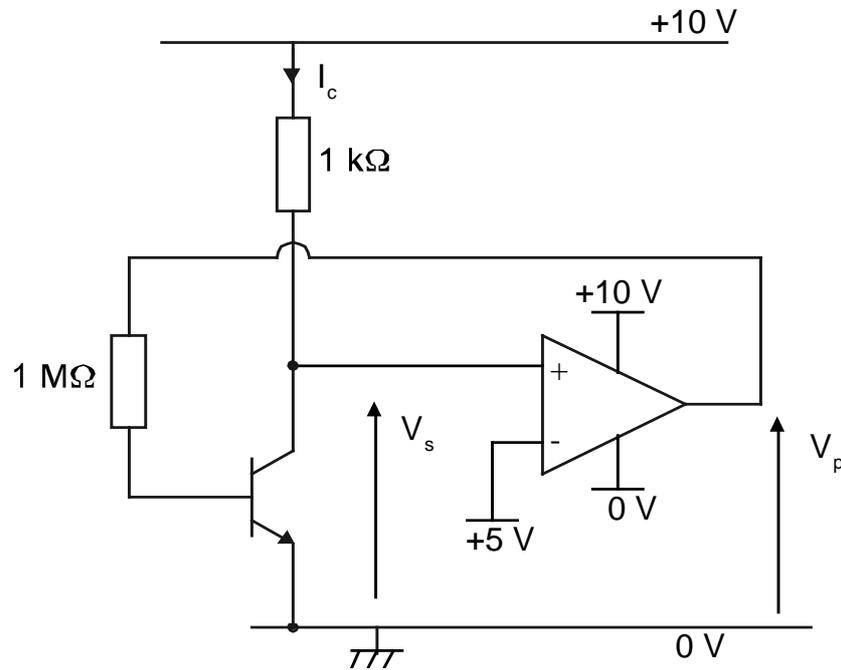


(D)  $V_3(p) = I_1(p) \frac{1}{C_1 C_3 L_2 p^3 + C_1 p + C_3 p}$

(E) Le gain  $\left\| \frac{V_3(j\omega)}{I_1(j\omega)} \right\|$  tend vers l'infini pour  $\omega = \frac{1}{\sqrt{L_2(C_1 + C_3)}}$

### Question 7

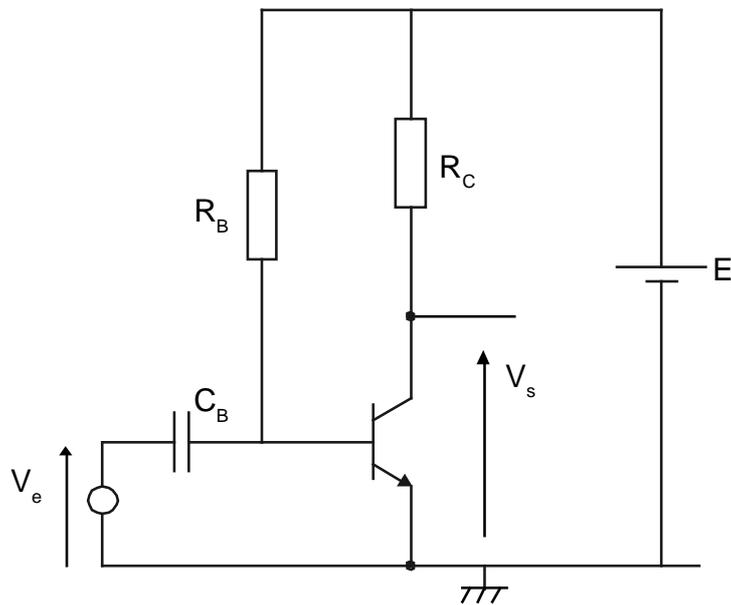
Soit le dispositif suivant, où l'on suppose que l'amplificateur opérationnel est idéal (impédance d'entrée et gain infinis) et qu'il fonctionne en régime linéaire non saturé :



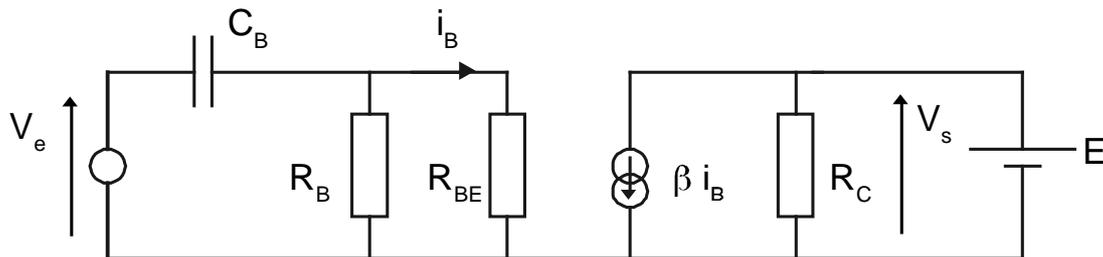
- (A) On observe un point de polarisation tel que  $V_s = 5 \text{ V}$
- (B) Si  $\beta = 100$ ,  $I_C \approx 0.5 \text{ mA}$
- (C) Si  $\beta = 200$ ,  $I_B \approx 5 \mu\text{A}$
- (D) Pour  $\beta$  variant dans la plage  $[100, 300]$ , l'amplificateur opérationnel n'est jamais saturé.
- (E) Pour  $\beta = 50$ , on obtient  $V_p = 0 \text{ V}$

### Question 8

On étudie le circuit ci-dessous :



(A) Le schéma suivant est un schéma équivalent petit signal valide :



(B) L'amplificateur (entrée  $V_e$ , sortie  $V_s$ ) est un amplificateur inverseur.

(C) La présence du condensateur  $C_B$  implique que l'amplificateur a un comportement de type passe-bas

(D) En supposant  $R_B \gg R_{BE}$ , le gain de l'amplificateur est donné par :  $\frac{V_s}{V_e} = -\beta \frac{R_C}{R_{BE}}$

(E) En supposant  $R_B \gg R_{BE}$ , la fréquence de coupure de l'amplificateur est donnée par :

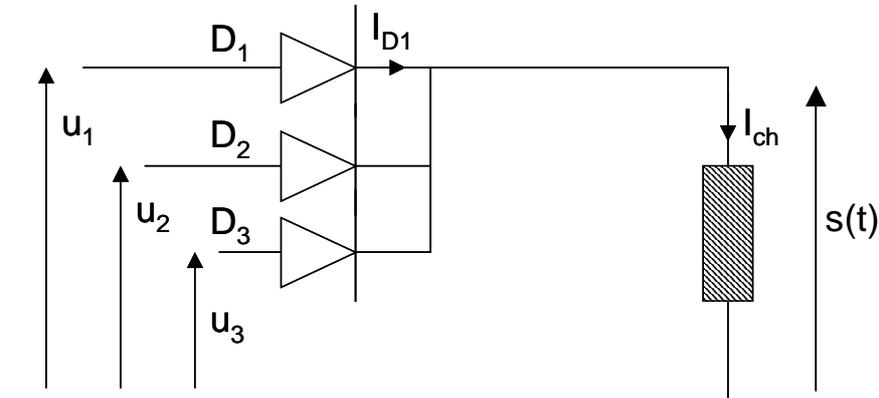
$$f_c = \frac{1}{R_{BE} C_B}$$

## ELECTRONIQUE DE PUISSANCE

Les interrupteurs et les diodes sont considérés parfaits et sans seuil.

### Question 9

On considère le redresseur simple alternance triphasé suivant, relié à une charge qui impose un courant  $I_{ch}$  constant.



Les tensions d'alimentation sont notées :  $u_1(t) = U_{MAX} \cdot \cos(\omega t)$ ,  $u_2(t) = U_{MAX} \cdot \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})$   
et  $u_3(t) = U_{MAX} \cdot \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})$ , la fréquence vaut 50 Hz.

(A) Le signal de sortie  $s(t)$  est périodique de fréquence 150 Hz.

(B) La valeur moyenne de  $s(t)$  vaut  $\frac{3 \cdot U_{MAX}}{\pi}$

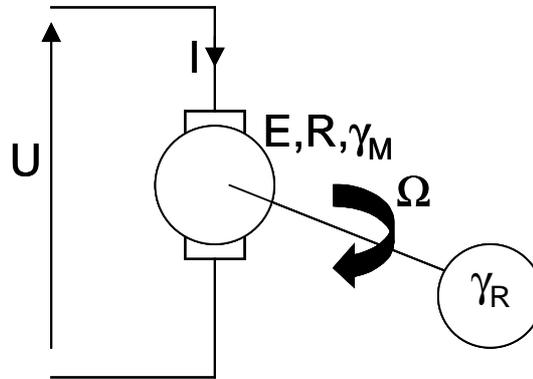
(C) La valeur moyenne du courant dans une diode vaut  $\frac{I_{ch}}{3}$ .

(D) La valeur efficace du courant dans une diode vaut  $\frac{I_{ch}}{\sqrt{2}}$ .

(E) La puissance moyenne en sortie vaut  $\frac{I_{ch} \cdot U_{MAX} \cdot 3\sqrt{3}}{2\pi}$ .

### Question 10

Un moteur à courant continu à excitation séparée est alimenté avec une tension continue  $U = 220 \text{ V}$  sous un courant  $I = 12 \text{ A}$ . Le moteur à courant continu présente une résistance série d'induit  $R = 1 \ \Omega$ . Il entraîne à vitesse constante une charge de moment de couple  $\gamma_R = 18 \text{ Nm}$ .

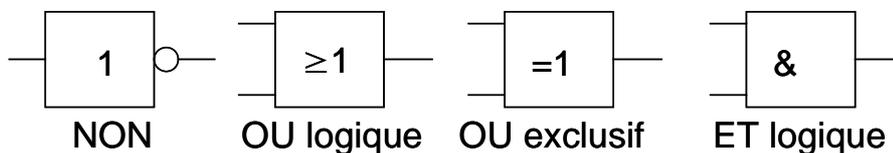


- (A) Le f.e.m. du moteur à courant continu vaut  $E = 232 \text{ V}$ .
- (B) Le moment du couple moteur  $\gamma_M$  vaut  $18 \text{ Nm}$ .
- (C) La vitesse de rotation du moteur vaut  $\Omega = 3000 \text{ tr/mn}$ .
- (D) La puissance mécanique vaut  $P = 900 \text{ kW}$ .
- (E) En divisant le courant d'excitation par 2, la vitesse angulaire du moteur à courant continu est aussi divisée par 2.

### ELECTRONIQUE NUMERIQUE

- . représente le ET logique
- + représente le OU logique
- $\oplus$  représente le OU exclusif

Les symboles logiques sont les suivants :



### Question 11

On souhaite réaliser un codeur de priorité à 4 entrées  $E_0, E_1, E_2$  et  $E_3$  et 2 sorties  $S_0$  et  $S_1$ .  
 $S_0.S_1$  prend la valeur 00 si seul  $E_0$  est à 1.  
 $S_0.S_1$  prend la valeur 01 si  $E_1$  est à 1,  $E_2$  à 0 et  $E_3$  à 0.  
 $S_0.S_1$  prend la valeur 10 si  $E_2$  est à 1 et  $E_3$  à 0.  
 $S_0.S_1$  prend la valeur 11 si  $E_3$  est à 1.  
 Notons que les entrées ne peuvent être toutes simultanément à 0.

(A) La table de vérité du codeur est la suivante :

E0	E1	E2	E3	S0	S1
1	0	0	0	0	0
x	1	0	0	0	1
x	x	1	0	1	0
x	x	x	1	1	1

où x indique 0 ou 1 indifféremment.

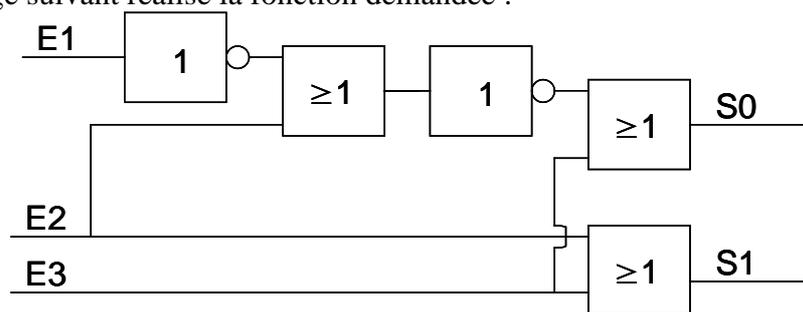
(B) La table de Karnaugh de la sortie S0 est la suivante :

E2E3	00	01	11	10
E1				
0	0	1	1	1
1	0	1	1	1

(C)  $S0 = E2 + E3$

(D)  $S1 = \overline{E1} \cdot E2 + E3$

(E) Le montage suivant réalise la fonction demandée :



## ELECTROMAGNETISME

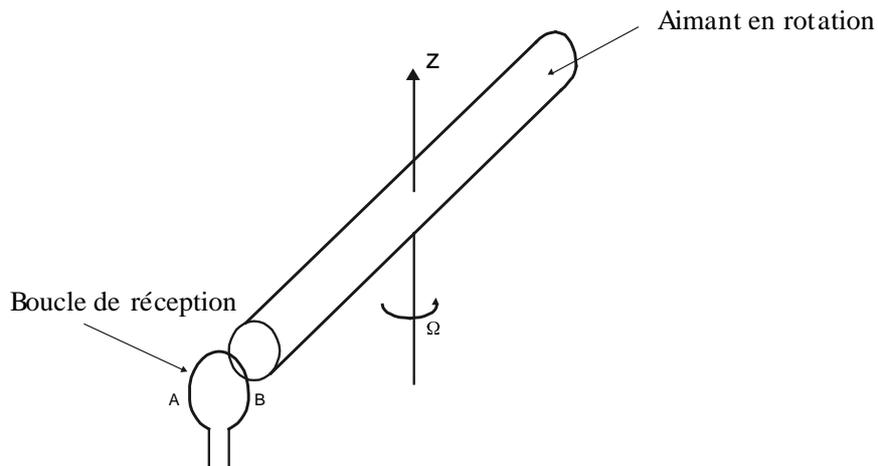
### Question 12

Un aimant cylindrique de section  $\Phi = 5 \text{ cm}^2$  est rotation autour de l'axe Oz, la vitesse de rotation est notée  $\Omega$  ( $\text{tr s}^{-1}$ )

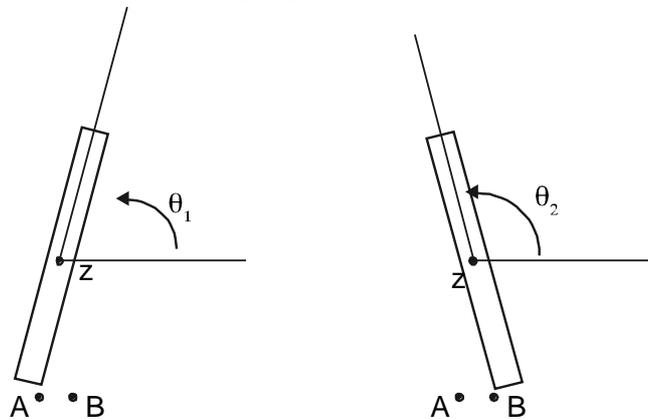
On a  $\Omega = 1,67 \text{ tr s}^{-1}$

L'induction magnétique au bout de l'aimant vaut  $B = 0.5 \text{ T}$

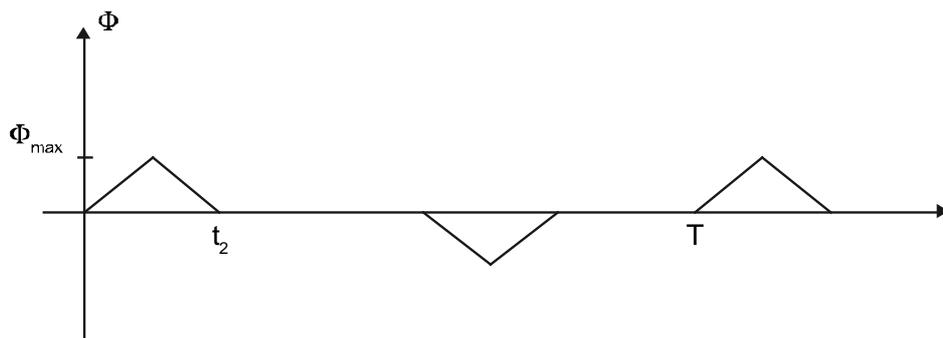
La rotation de l'aimant induit l'existence d'une tension  $V_A - V_B$  aux bornes de la spire dont les extrémités A et B sont laissées en circuit ouvert.



Le diamètre AB de la spire est tel que  $\theta_2 - \theta_1 = 30^\circ$  :



Le flux induit aux bornes de la spire a l'allure temporelle suivante :

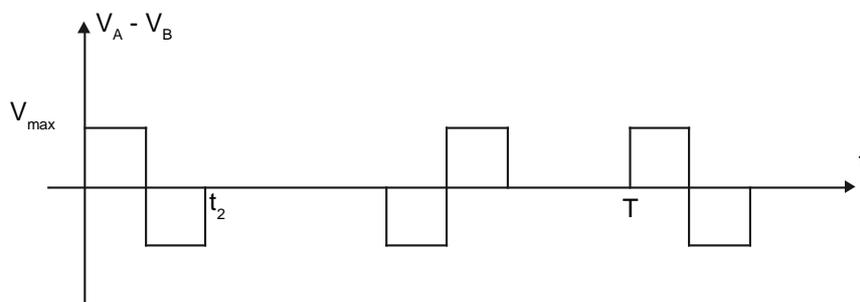


(A) Le flux maximale  $\Phi_{\max}$  vaut  $2,5 \cdot 10^{-4}$  Wb.

(B) La période T vaut 1,2 s.

(C) Le temps  $t_2$  est égal à 50 ms.

L'allure de la tension aux bornes de la spire est donnée par :



(D) La tension maximale  $V_{\max}$  est égale à 10 mV

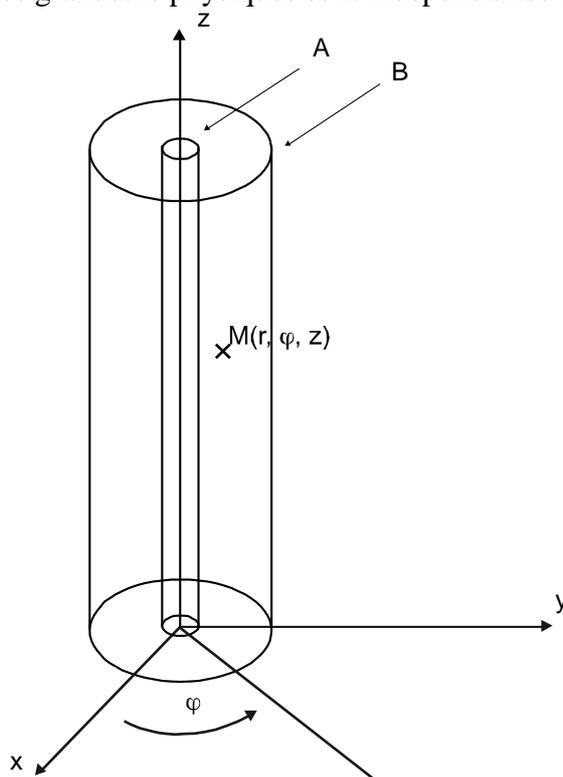
(E) La valeur efficace de  $V_{AB}$  est voisine de 4 mV

### Question 13

Soit un condensateur constitué de 2 cylindres coaxiaux d'axe Oz, le cylindre intérieur A, et le cylindre extérieur B.

Les cylindres A et B sont des conducteurs parfaits, la zone comprise entre les 2 cylindres est remplie de diélectrique de constante diélectrique relative notée  $\epsilon_r$

On pourra supposer que la hauteur du condensateur est très grande, et que, sur toute la hauteur du condensateur, toutes les grandeurs physiques sont indépendantes de  $z$  :



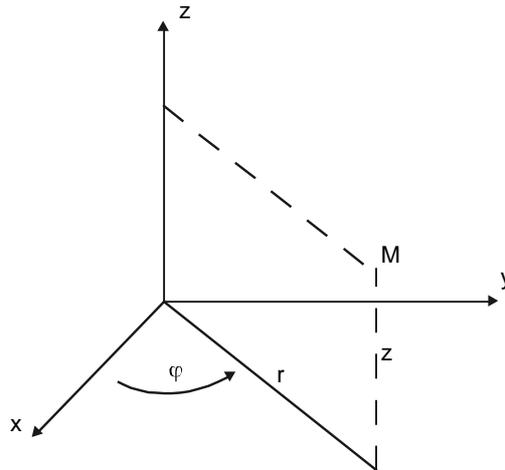
(A) Sur toute la hauteur du condensateur, on a :  $\frac{\partial V}{\partial \phi}=0$  et  $\frac{\partial V}{\partial z}=0$

On cherche à déterminer une expression de  $V(r, \phi, z)$  vérifiant la condition  $\Delta V=0 \quad \forall(r, \phi, z)$

On donne l'expression du gradient et du Laplacien en coordonnées cylindriques :

$$\vec{\text{grad}}(V)=\begin{pmatrix} r \\ \phi \\ z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \phi} \\ \frac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix} \quad \Delta V=\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

Les coordonnées sphériques étant celles de la figure :



(B) L'expression  $V(r, \phi, z)=\frac{K}{r}$ , vérifie la condition  $\Delta V=0$  pour  $r_A < r < r_B$

(C) Si  $V(r, \phi, z)$  vérifie  $\Delta V=0$ , et si  $E(r, \phi, z)$  est le champ électrique correspondant, on a :

$$E(r, \phi, z)=-\frac{K}{r^2}$$

(D) On note  $r_A$  et  $r_B$  le rayon des deux cylindres A et B. On a :  $V_A - V_B = K \cdot \text{Ln} \left( \frac{r_A}{r_B} \right)$

(E) Si  $E_A$  est l'intensité du champ électrique au niveau du cylindre A, et h la hauteur du cylindre, la charge  $Q_A$  portée par le cylindre A est donnée par :  $Q_A = \epsilon_0 \epsilon_r 2\pi r_A h E_A$