

**BANQUE D'ÉPREUVES DUT-BTS**

**– SESSION 2004 –**

**ÉPREUVE  
DE MÉCANIQUE**

***CODE ÉPREUVE : BE-MÉCA***

**CALCULATRICE INTERDITE**

**DURÉE : 2H30**

## Question 1

On considère dans cette question le système mécanique, dont un dessin d'ensemble est donné sur la **figure 1**. Il s'agit d'un moteur hydraulique à pistons axiaux à cylindrée fixe développé par le constructeur SAUER (pression maximale en service : 350 bar, fréquence de rotation maximale : 2810 tr/min, couple maximal en service : 376 m.N). Ce moteur volumétrique est constitué, principalement, d'un carter, d'un arbre d'entraînement, d'un bloc cylindre, d'un ensemble de pistons et de patins de piston, d'un plateau came fixe et d'un système de distribution constitué de deux plaques de distribution.

Dans la suite, toutes les liaisons seront considérées parfaites.

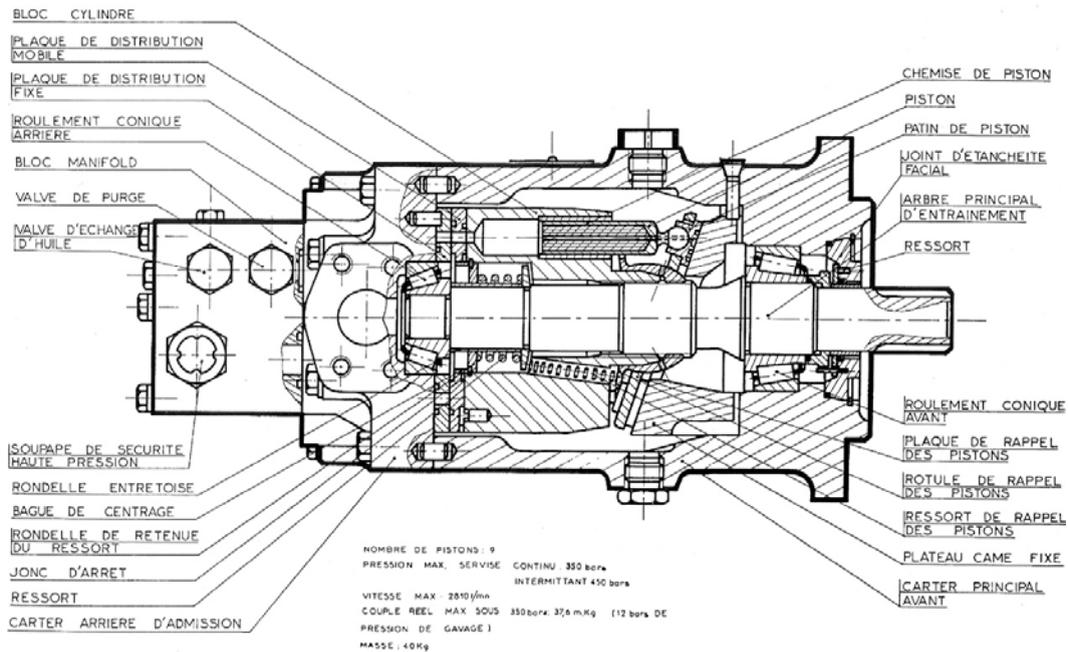


Figure 1

On propose sur la **figure 2** une modélisation cinématique de ce moteur hydraulique avec un seul piston.

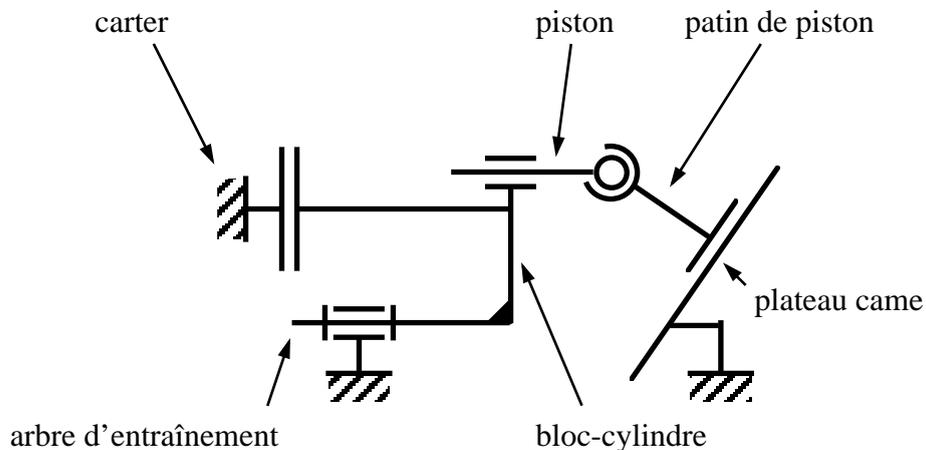


Figure 2

- (A) Un moteur hydraulique est un transformateur de puissance ; il transforme une puissance hydraulique en puissance mécanique.
- (B) La pression du fluide dans le moteur hydraulique est imposée par la pompe hydraulique qui l'alimente.
- (C) La pression du fluide dans le moteur hydraulique est indépendante de la pompe hydraulique qui l'alimente.
- (D) Un ordre de grandeur de la puissance transmissible par le moteur représenté sur la **figure 1** est de 110 kW.
- (E) Sachant que la cylindrée du moteur hydraulique vaut  $700 \text{ cm}^3/\text{tr}$ , alors le débit maximal admis vaut 1967 l/min.

### Question 2

On reprend le système étudié dans la **question 1**, représenté sur la **figure 1** et schématisé sur la **figure 2**.

- (A) La liaison entre un piston et le bloc cylindre est modélisée par une liaison glissière.
- (B) La mobilité utile du moteur hydraulique à 1 piston, modélisé sur la **figure 2**, est égale à 1.
- (C) Le nombre cyclomatique du mécanisme 3D schématisé sur la **figure 2** vaut 1.
- (D) Le degré d'hyperstatisme du mécanisme schématisé sur la **figure 2** vaut 3.
- (E) La liaison équivalente entre le piston et le plateau came est une liaison ponctuelle de normale l'axe du piston.

### Question 3

On reprend le système étudié dans les **questions 1** et **2**, représenté sur la **figure 1** et schématisé sur la **figure 2**. L'ensemble des paramètres géométriques est donné sur la **figure 3**.

On notera :

$$\overrightarrow{OA} = r \vec{e}_r, \text{ avec } r \text{ une constante ;}$$

$$\overrightarrow{AB} = x \vec{x} ;$$

$$\overrightarrow{OC} = l \vec{x}, \text{ avec } l \text{ une constante ;}$$

$$\overrightarrow{DB} = h \vec{v}, \text{ avec } h \text{ une constante ;}$$

$\gamma$ , l'angle d'inclinaison du plateau came ;

$$\theta = (\vec{z}, \vec{e}_r) ;$$

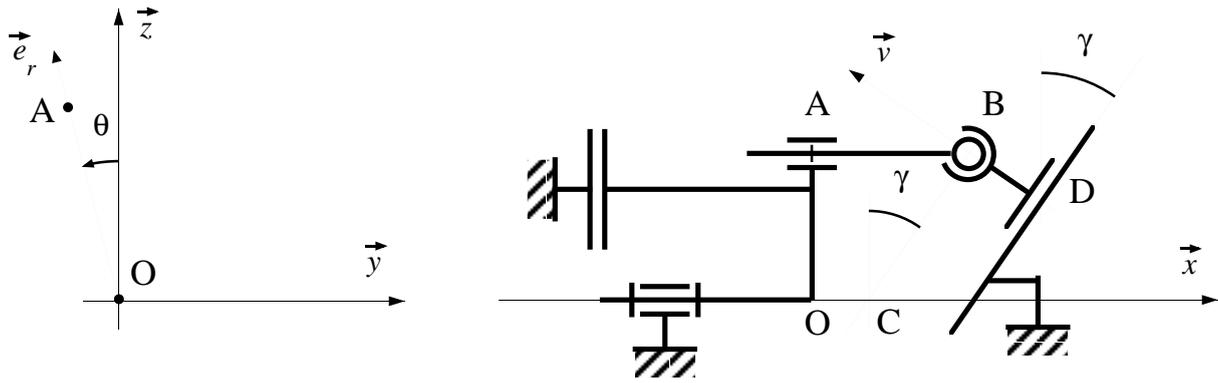


Figure 3

(A) On peut établir la relation suivante mettant en jeu les paramètres  $x$  et  $\theta$  :

$$x = l + r \cos \theta \tan \gamma$$

(B) La vitesse du piston au point B par rapport au bâti,  $\vec{V}(B, piston / bâti)$ , peut s'écrire :

$$\vec{V}(B, piston / bâti) = r \dot{\theta} \vec{e}_\theta + \dot{x} \vec{x}$$

(C) L'accélération du piston au point B par rapport au bâti,  $\vec{\Gamma}(B, piston / bâti)$ , peut s'écrire :

$$\vec{\Gamma}(B, piston / bâti) = r \ddot{\theta} \vec{e}_\theta - r \dot{\theta}^2 \vec{e}_r + \ddot{x} \vec{x}$$

(D) Le champ des vecteurs accélération des points d'un solide indéformable est équijectif.

(E) Si  $M_1$  et  $M_2$  sont deux points appartenant au même solide ( $S$ ), alors leurs vecteurs accélération par rapport au repère  $R_1$  sont reliés par la relation suivante :

$$\vec{\Gamma}(M_2, S/R_1) = \vec{\Gamma}(M_1, S/R_1) + \left[ \frac{d}{dt} \vec{\Omega}(S/R_1) \right]_{R_1} \wedge \overline{M_1 M_2} + \vec{\Omega}(S/R_1) \wedge \left[ \vec{\Omega}(S/R_1) \wedge \overline{M_1 M_2} \right]$$

où  $\vec{\Omega}(S/R_1)$  est le vecteur rotation du solide  $S$  dans son mouvement par rapport à  $R_1$ .

### Question 4

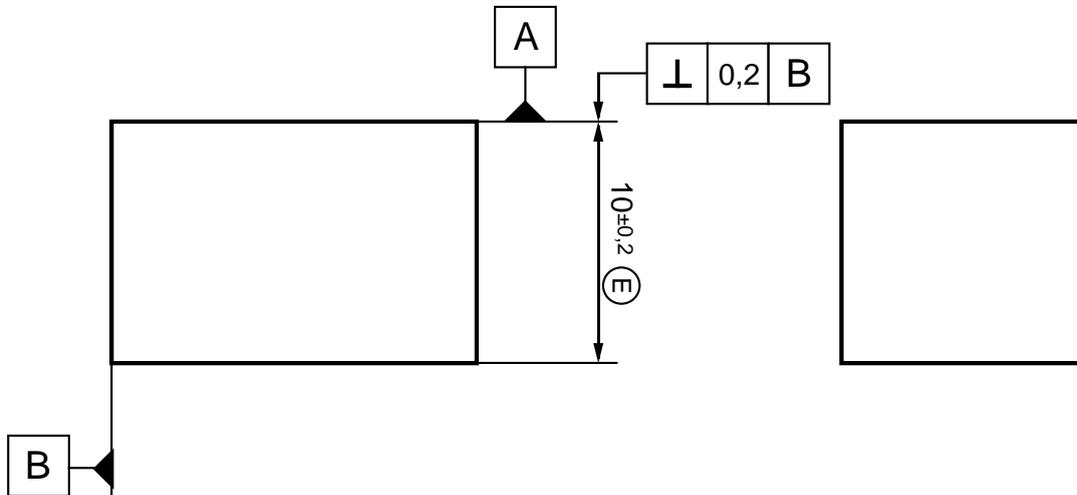


Figure 4

(A) Sur le dessin de la **figure 4**, l'élément tolérancé par la tolérance de perpendicularité est la surface supérieure réputée plane de la pièce.

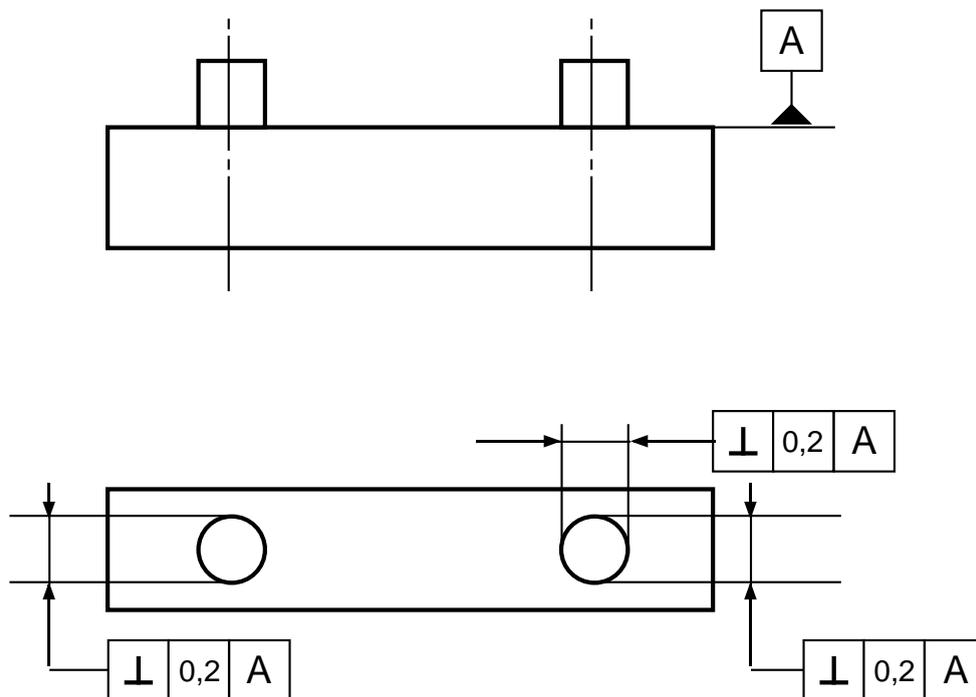


Figure 5

(B) Sur le dessin de la **figure 5**, la référence spécifiée A est le plan moyen de l'ensemble des points de la surface réelle réputée plane.

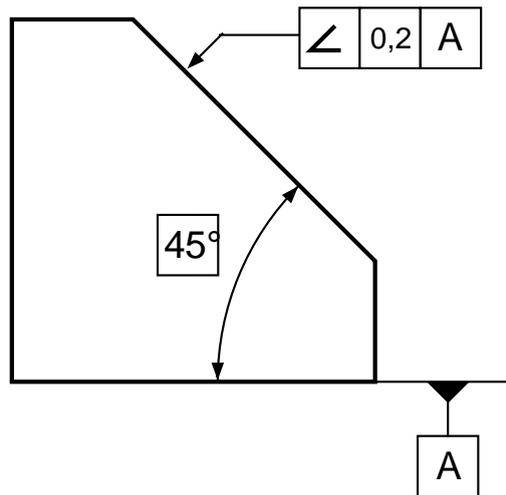


Figure 6

- (C) Sur le dessin de la **figure 6**, la zone de tolérance de la tolérance d'inclinaison est délimitée par deux plans faisant un angle de  $0,2^\circ$  entre eux et dont le plan moyen est incliné à  $45^\circ$  par rapport au plan de référence A.

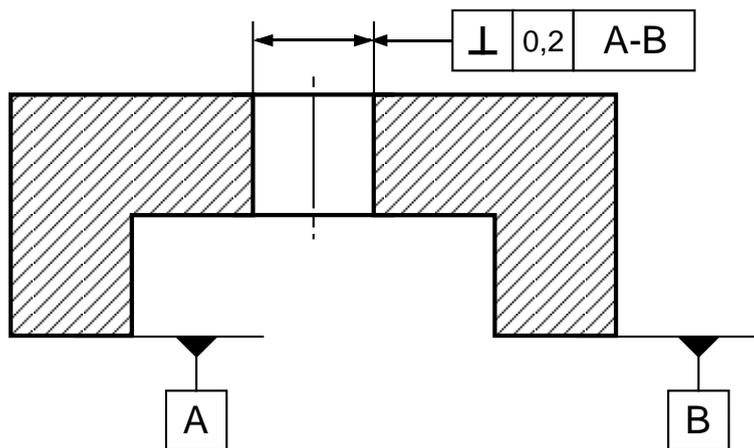


Figure 7

- (D) Sur le dessin de la **figure 7**, A-B représente une référence commune qui est construite à partir de A et de B.

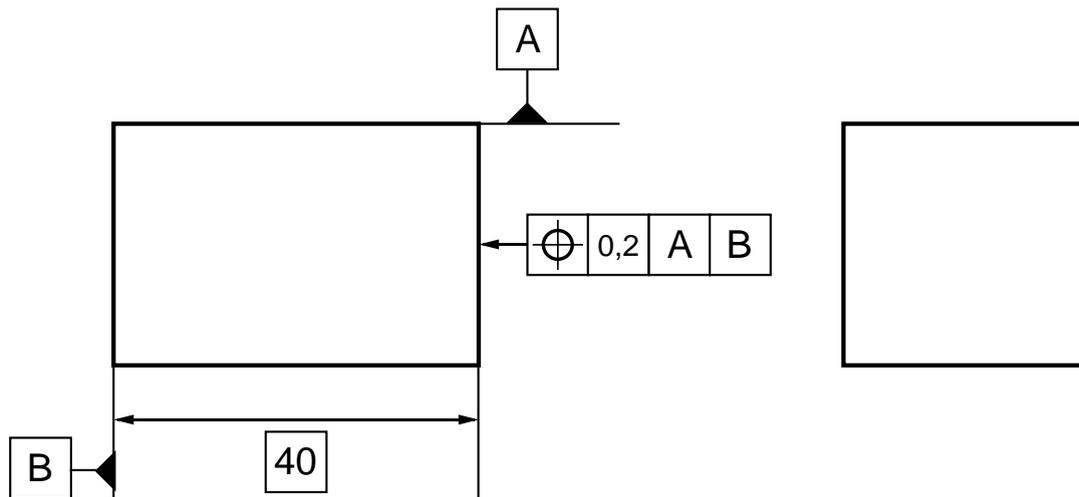


Figure 8

- (E) Sur le dessin de la **figure 8**, A est une référence primaire matérialisée par le plan tangent « extérieur matière » à la surface réelle. B est une référence secondaire matérialisée également par un plan tangent « extérieur matière » à la surface réelle.

### Question 5

- (A) Un acier faiblement allié est un acier dans lequel un élément d'addition peut avoir une teneur jusqu'à 10%.
- (B) Le module d'Young d'un acier a une valeur comprise entre 100 GPa et 500 GPa.
- (C) Un acier fortement allié est un acier dans lequel un au moins des éléments d'alliage a une teneur supérieur à 10%.
- (D) Il existe une correspondance entre la dureté d'un matériau et son module d'Young.
- (E) On peut augmenter le module d'Young d'un acier en réalisant une trempe suivie d'un revenu.

### Question 6

Pour dimensionner un système de frein à disque de véhicule, on a besoin de connaître l'ordre de grandeur de certaines caractéristiques mécaniques.

- (A) Le coefficient de frottement, à sec, de la garniture de la plaquette (ferrodo) est compris entre 0,05 et 0,5.
- (B) La masse volumique de la fonte a une valeur comprise entre 1 kg par litre et 10 kg par litre.

- (C) La pression maximale que peut supporter la garniture de la plaquette (ferrodo) est comprise entre 1 MPa et 10 MPa.
- (D) Le coefficient de frottement entre deux pièces frottantes en acier, à sec, est toujours supérieur à 0,5.
- (E) En cas de freinage d'urgence, la température du disque peut atteindre 2000°C.

### Question 7

On s'intéresse au dimensionnement simplifié d'une aile d'avion au repos qui est assimilée à une poutre droite d'Euler-Bernoulli de longueur  $L$  encastrée à son extrémité  $O$  (cf. **figure 9**). La section  $S$  de la poutre est supposée constante et le moment quadratique par rapport à l'axe  $\vec{z}$  est noté  $I$ . La géométrie de la section est décrite sur la **figure 9** et on considère que l'épaisseur  $e$  est très faible devant les dimensions transversales  $l$  et  $h$ . On note  $E$  le module d'Young du matériau supposé homogène qui constitue l'aile. L'action du réacteur sur l'aile est modélisée par un glisseur  $\vec{R} = -R\vec{y}$  en  $A$  et l'action de la pesanteur par une force linéique  $\vec{p} = -p\vec{y}$  agissant sur toute la longueur de la poutre  $OB$ .

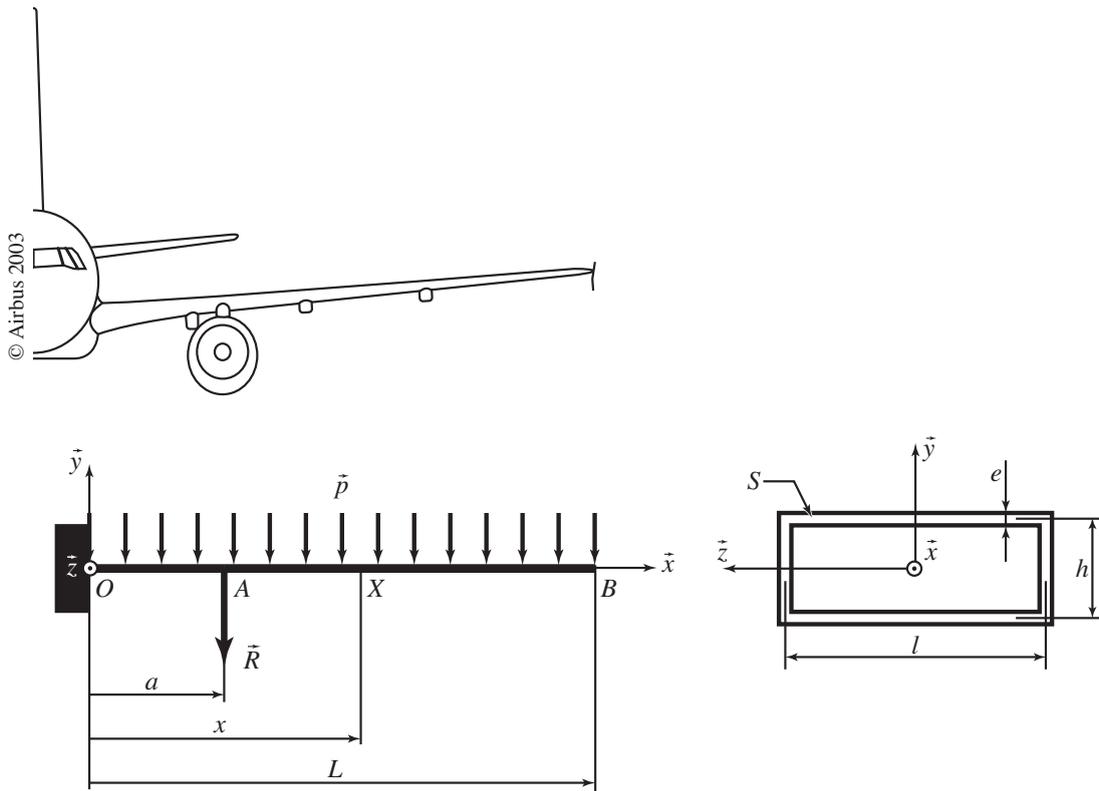


Figure 9

- (A) Le problème est hyperstatique d'ordre 1.

(B) Avec l'hypothèse cinématique du modèle d'Euler-Bernoulli, les efforts tranchants sont nuls dans chaque section.

(C) Si la section  $S$  était un rectangle plein de hauteur  $h$  et de largeur  $l$ , le moment quadratique  $I$  de la section serait :

$$I = \frac{lh^3}{12}$$

(D) La flèche en bout d'aile est :

$$v_{\max} = -p \frac{L^4}{8EI}$$

(E) Si on note  $M(x)$  le moment fléchissant dans la section de centre  $X$  (abscisse curviligne  $x$ ), la contrainte maximale dans cette section est :

$$|\sigma_{\max}(x)| = \frac{|M(x)| h}{EI \cdot 2}$$

### Question 8

La **figure 10** représente une transmission par courroie entre deux arbres parallèles en rotation par rapport à un bâti 0. La poulie motrice, notée 1, a un rayon primitif  $R_1$  et la poulie réceptrice, notée 2, a un rayon primitif  $R_2$ . On note  $e = O_1O_2$  l'entraxe et suppose ici que  $R_2 > R_1$ . Enfin, on considère que la courroie est parfaitement tendue et on désigne par  $\alpha$  son angle d'enroulement autour de la poulie 1 et  $2\pi - \alpha$  son angle d'enroulement autour de la poulie 2.

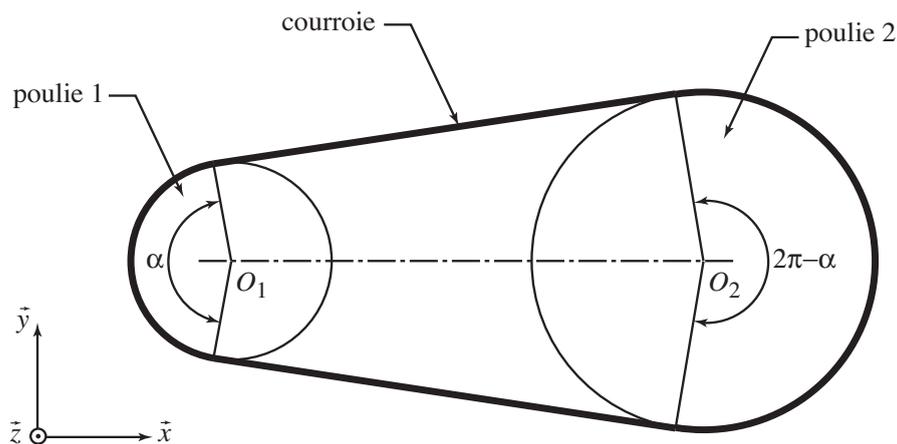


Figure 10

(A) Dans la transmission par courroie proposée, les sens de rotation de deux poulies à axes parallèles sont identiques.

(B) La longueur théorique de la courroie montée a pour expression :

$$L = 2e \sin \frac{\alpha}{2} + \alpha(R_1 + R_2) + 2\pi R_2$$

(C) L'angle d'enroulement  $\alpha$  peut être calculé par :

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{R_2 - R_1}{2e}$$

(D) On note  $\vec{\Omega}(1/0) = \omega_1 \vec{z}$  le vecteur vitesse de rotation de la poulie 1 par rapport au bâti 0 et  $\vec{\Omega}(2/0) = \omega_2 \vec{z}$  celui la poulie 2. On suppose que le moteur exerce sur la poulie 1 un couple  $\vec{C}(M \rightarrow 1) = C_1 \vec{z}$  et le récepteur sur la poulie 2 un couple  $\vec{C}(R \rightarrow 2) = C_2 \vec{z}$ . Le rendement  $r$  de la transmission est alors :

$$r = \left| \frac{C_2 \omega_2}{C_1 \omega_1} \right|$$

(E) En négligeant les effets d'inertie, la différence entre la tension  $T$  du brin tendu et la tension  $t$  du brin mou s'écrit :

$$T - t = \left| \frac{C_2}{r_1} \right|$$

### Question 9

Un solide  $S$  de masse  $m$  (repère lié  $R_1 = (G, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ ), assimilable à une sphère homogène de centre  $G$  et de rayon  $r$ , est en mouvement de rotation par rapport à un bâti  $S_0$ . Ce bâti est fixe dans l'espace galiléen auquel est attaché un repère  $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ . La liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z}_0)$  entre  $S$  et  $S_0$  est supposée parfaite. On note  $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ ,  $\vec{OG} = R \vec{x}_1$  et  $\vec{g} = -g \vec{z}_0$  l'accélération de la pesanteur. Enfin, on suppose qu'un moteur  $M$  exerce uniquement sur  $S$  un couple  $\vec{C}(M \rightarrow S) = C \vec{z}_0$ . La géométrie du problème est représentée sur la **figure 11**.

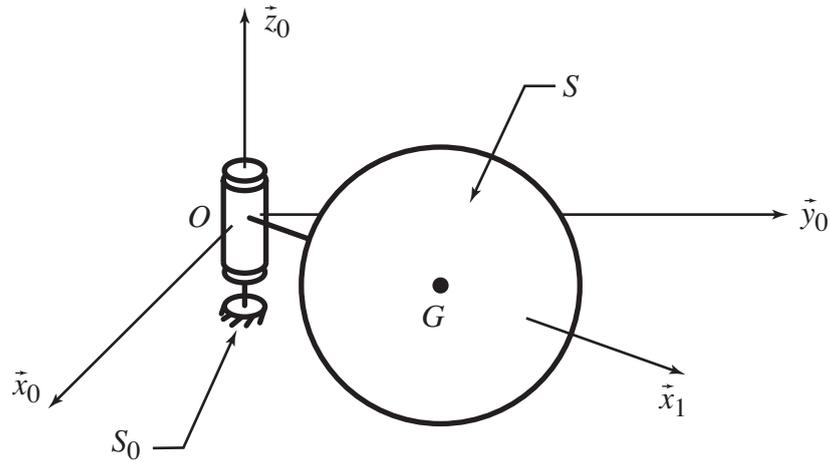


Figure 11

(A) L'opérateur d'inertie du solide  $S$  exprimé en  $G$  dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  est de la forme :

$$\mathfrak{I}(G, S) = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & A \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$$

(B) Le moment d'inertie du solide  $S$  exprimé en  $G$  autour de  $\vec{x}_1$  est :

$$m \frac{r^2}{4}$$

(C) Si le moment d'inertie du solide  $S$  exprimé en  $G$  autour de  $\vec{x}_1$  est noté  $A$ , l'opérateur d'inertie du solide  $S$  exprimé en  $O$  dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  est :

$$\mathfrak{I}(O, S) = \begin{bmatrix} A' & 0 & 0 \\ 0 & A' & 0 \\ 0 & 0 & A' \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)} \quad \text{avec } A' = A + mR^2$$

(D) La résultante des actions mécaniques exercées par le bâti  $S_0$  sur le solide  $S$  est :

$$\vec{R}(S_0 \rightarrow S) = m(-R\dot{\theta}^2 \vec{x}_1 + R\ddot{\theta} \vec{y}_1 + g \vec{z}_1)$$

(E) Si le moment d'inertie du solide  $S$  exprimé en  $O$  autour de  $\vec{z}_0$  est noté  $A'$ , l'équation du mouvement du solide  $S$  par rapport au référentiel galiléen :

$$A' \ddot{\theta} = C$$

### Question 10

- (A) L'unité de mesure de la viscosité cinématique d'un fluide est le stoke ou mètre carré par seconde ( $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ).
- (B) Une sphère de rayon  $R$  et de masse  $m$ , entièrement immergée dans un réservoir d'eau, est suspendue par un fil (cf. **Figure 12**). On note  $\vec{g} = -g\vec{z}$  l'accélération de la pesanteur.

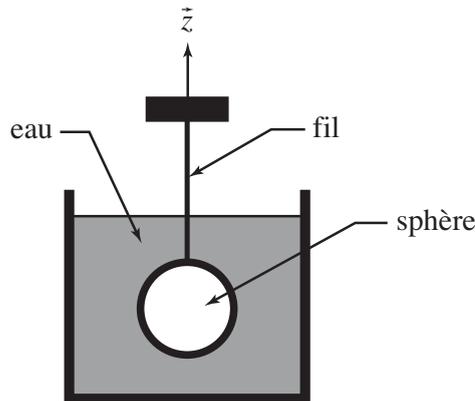


Figure 12

La tension dans ce fil est :

$$T = \frac{3m}{4\pi R^3} g$$

- (C) On considère un fluide en mouvement dans un référentiel auquel est attaché un repère  $R = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ . On suppose connu le champ de vitesse du fluide par rapport à  $R$  : en tout point  $M$  tel que  $\vec{OM} = x\vec{x} + y\vec{y} + z\vec{z}$ , on donne  $\vec{V}(M/R) = -ay\vec{x} + ax\vec{y}$ . Les lignes de courant sont des droites passant par  $O$ .
- (D) Un écoulement à grand nombre de Reynolds est dit laminaire.
- (E) Les pertes de charge régulières dans une canalisation sont proportionnelles à la longueur de celle-ci.

### Question 11

Les coussinets sont des bagues cylindriques interposées entre un arbre et un alésage pour faciliter le mouvement de rotation. On considère un coussinet devant transmettre un effort radial  $F$  et on s'intéresse à la répartition de pression au contact coussinet-arbre. On utilise ici des modèles simplifiés de répartition dans lesquels la pression est supposée uniforme le long de l'axe. Une première possibilité, qu'on notera « modèle 1 », est de supposer une répartition uniforme sur la surface latérale d'un demi-cylindre :  $p(M) = p_1$  (cf. **Figure 13**). Une seconde possibilité, qu'on notera « modèle 2 », consiste à supposer une répartition proportionnelle à la

déformation sur la surface latérale d'un demi-cylindre :  $p(M) = p_2 \cos \theta$  (cf. **Figure 14**). On note  $D$  le diamètre intérieur et  $L$  la longueur du coussinet.

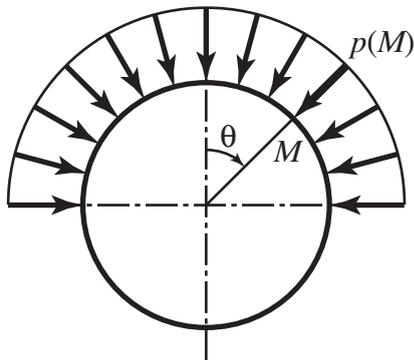


Figure 13

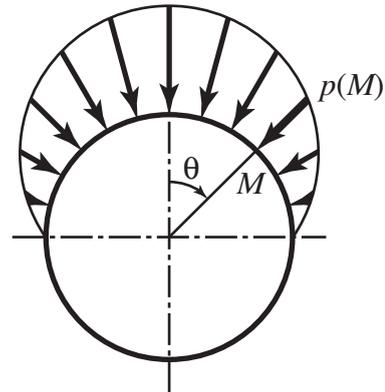


Figure 14

(A) Un coussinet supporte mieux les chocs et les vibrations qu'un roulement.

(B) Dans le cas du modèle 1, la pression de contact maximale est :

$$\frac{F}{\pi LD}$$

(C) Dans le cas du modèle 2, la pression de contact maximale est :

$$\frac{F}{\pi LD}$$

(D) Dans le cas du modèle 2, la pression de contact maximale est :

$$\frac{4F}{\pi LD}$$

(E) On note  $V$  la vitesse de glissement supposée uniforme entre l'arbre et le coussinet et  $S$  la surface effective de contact. Dans le cas du modèle 1, la puissance  $P$  dissipée par le frottement de glissement est :

$$P = p_1 VS$$

### Question 12

(A) Un critère classique à vérifier lors du calcul de durée de vie d'un roulement est lié au phénomène de fatigue.

(B) On appelle « centre de poussée » le point d'intersection de l'axe d'un roulement avec son plan médian orthogonal à l'axe.

- (C) Si les efforts axiaux à transmettre sont faibles, on peut réaliser une liaison pivot en utilisant une paire de roulements à aiguilles.
- (D) Un roulement à deux rangées de rouleaux cylindriques permet de compenser les défauts d'alignement et les flexions des arbres.
- (E) La charge dynamique équivalente d'un roulement est la somme de la charge axiale et de la charge radiale réellement exercées sur le roulement.