

BANQUE D'ÉPREUVES DUT-BTS

– SESSION 2003 –

**ÉPREUVE
DE MÉCANIQUE**

CODE ÉPREUVE : BE-MÉCA

CALCULATRICE INTERDITE

DURÉE : 2H30

Question 1

Les roues libres sont des composants mécaniques de sécurité utilisées en transmission de puissance. Une représentation schématique d'une roue libre à rampes équipée de galets cylindriques est donnée sur la **figure 1**. Les galets cylindriques sont disposés entre les bagues intérieure et extérieure. Ils sont rappelés par un poussoir individuel.

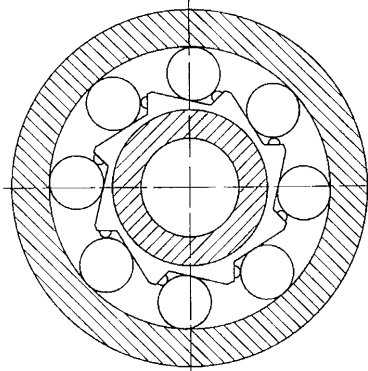


Figure 1

On montre sur la **figure 2** les deux modes de fonctionnement d'une roue libre. Dans un sens de rotation, la bague extérieure tourne librement par rapport à la bague intérieure : l'élément de transmission est en phase roue libre. Dans l'autre sens de rotation, les bagues intérieure et extérieure sont solidarisiées : l'élément de transmission est en phase blocage et on peut transmettre un couple.

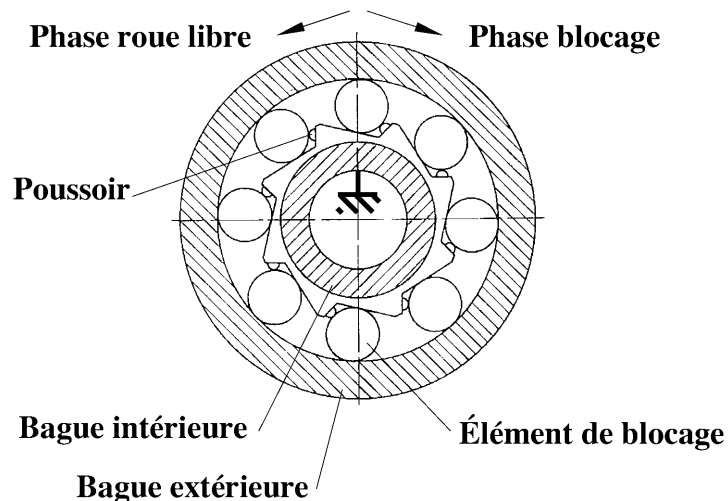


Figure 2

On trouve des utilisations typiques des roues libres dans :

- les mécanismes de commande d'avance alternative ;

- les mécanismes à plusieurs sources de puissance (mode survireur) ;
- les systèmes de sécurité (mode antidériveur) ;
- ...

Dans les items suivants, la roue libre sera analysée comme un mécanisme plan et l'action mécanique du poussoir sur le galet sera négligée. Les contacts des galets avec les bagues extérieure et intérieure seront considérés comme ponctuels, respectivement au point M et au point N . Pour que le coincement puisse exister, ces contacts se font avec frottement. On notera $f = \tan \varphi$, le coefficient de frottement des couples de matériaux {galet-bague extérieure} et {galet-bague intérieure}. On a reporté sur la **figure 3** l'ensemble des paramètres géométriques du problème. On désigne par ε , l'angle entre la droite joignant les points de contact d'un galet (M et N) et la normale au contact. Les diamètres du galet et de l'alésage de la bague extérieure sont respectivement notés d et D . Enfin, la distance du plan d'appui d'un galet à l'axe de la roue libre est notée λ (**figure 3**).

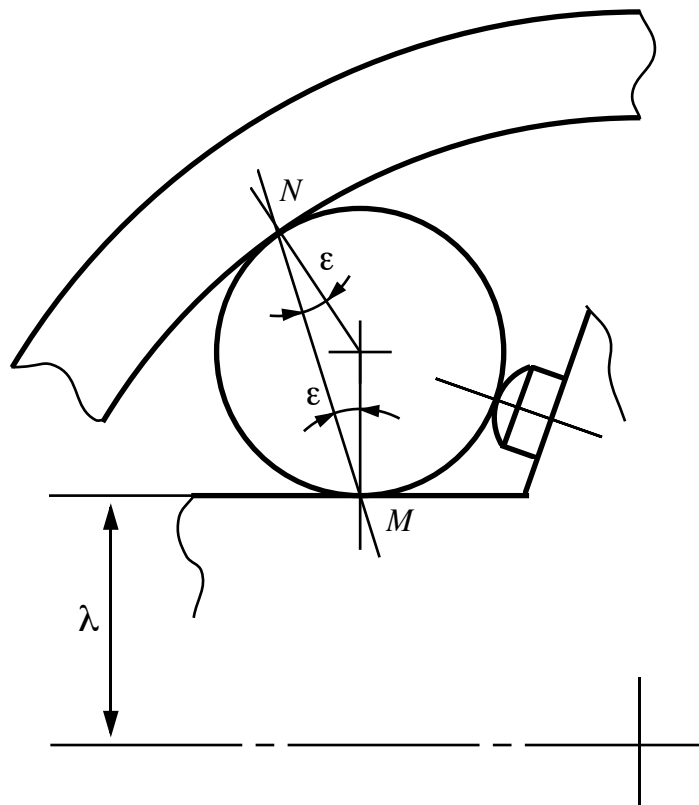


Figure 3

(A) La condition entre ε et φ pour que le coincement du galet soit possible est :

$$\varepsilon \leq \varphi$$

(B) La relation entre φ , λ , d et D conditionnant le fonctionnement correct de la roue libre en phase blocage est :

$$\varphi \geq \frac{1}{2} \left(\frac{d}{2} + \lambda \right) \left(\frac{D-d}{2} \right)^{-1}$$

(C) La relation entre φ , λ , d et D conditionnant le fonctionnement correct de la roue libre en phase blocage est :

$$\varphi \leq \frac{1}{2} \left(\frac{d}{2} + \lambda \right) \left(\frac{D-d}{2} \right)^{-1}$$

(D) Un acier a un coefficient de frottement compris entre 0,07 et 0,4.

(E) On trouve une application typique des roues libres en mode survireur (plusieurs sources de puissance) sur les moteurs thermiques de voitures.

Question 2

On considère le dispositif de transmission de puissance, dont le schéma est décrit sur la **figure 4**. Il est constitué d'un moteur, d'un embrayage, d'un réducteur à engrenage et d'un récepteur. Toutes les liaisons, mis à part celle réalisée par l'embrayage, seront considérées parfaites.

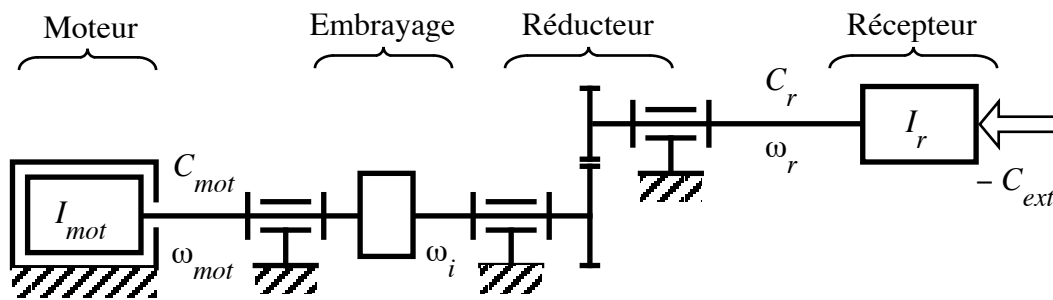


Figure 4

L'arbre moteur, l'arbre intermédiaire ainsi que l'arbre récepteur sont en liaison pivot d'axe de direction \vec{x} par rapport au bâti. Les fréquences de rotation des arbres moteur, intermédiaire et récepteur par rapport au bâti sont respectivement $\omega_{mot} \vec{x}$, $\omega_i \vec{x}$ et $\omega_r \vec{x}$. On notera I_{mot} et I_r les moments d'inertie des arbres moteur et récepteur par rapport à leur axe de rotation. Le moment d'inertie de l'arbre intermédiaire sera négligé devant ceux des arbres moteur et récepteur. On notera R le rapport de réduction de l'engrenage. Il est défini par la relation suivante :

$$R = \frac{\omega_r}{\omega_i}$$

Les notations et les conventions de signe suivantes seront utilisées dans la suite de la question :

- le couple de l'arbre moteur sur l'embrayage en projection sur \vec{x} est noté C_{mot} ;
- le couple de l'arbre récepteur sur le récepteur en projection sur \vec{x} est noté C_r ;
- le couple de l'extérieur sur le récepteur en projection sur \vec{x} est noté $-C_{ext}$;

- le couple maximal transmissible par l’embrayage en projection sur \vec{x} est noté C_0 .

L’embrayage est schématisé sur la **figure 5**. Il s’agit d’un embrayage à deux surfaces planes de friction de rayon extérieur R_{ext} et de rayon intérieur R_{int} . Le coefficient de frottement du couple de matériaux de friction sera noté μ .

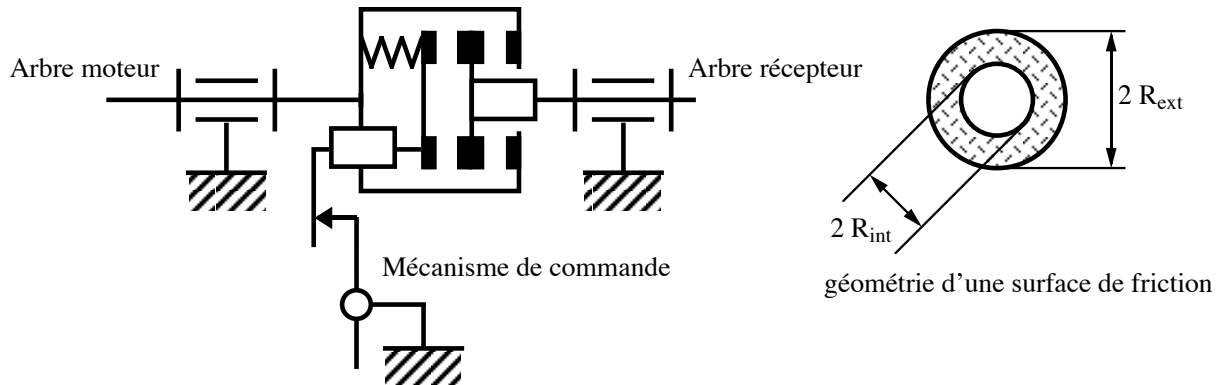


Figure 5

- (A) En considérant une répartition homogène de pression P sur la surface d’un disque d’embrayage, on peut montrer que le couple maximal C , transmissible par une unique surface de friction est :

$$C = \frac{2}{3} P \mu (R_{ext}^3 - R_{int}^3)$$

- (B) L’équation de mouvement du récepteur par rapport au bâti lors d’une opération d’embrayage est donnée par la relation suivante, dans laquelle C_0 est le couple maximal transmissible par l’embrayage :

$$\frac{d}{dt} \omega_r = \frac{1}{I_r} \left(\frac{C_0}{R} - C_{ext} \right)$$

- (C) Si on considère, d’une part, que le couple exercé par l’arbre récepteur sur le récepteur prend instantanément la valeur C_0 à la fermeture de l’embrayage et que, d’autre part, le couple $-C_{ext}$ est constant, alors l’évolution de la fréquence de rotation du récepteur en fonction du temps t est :

$$\omega_r = \frac{1}{I_r} \left(\frac{C_0}{R} - C_{ext} \right) t$$

- (D) Avec les même hypothèses que précédemment et en considérant que $\frac{C_0}{R} > C_{ext}$, la durée de la phase d’embrayage t_e , c’est-à-dire le temps nécessaire et suffisant pour que l’arbre intermédiaire tourne à la même fréquence de rotation que l’arbre moteur est donnée par :

$$t_e = I_r \omega_{mot} \left(\frac{C_0}{R} - C_{ext} \right)$$

(E) Toujours avec les même hypothèses, l'énergie dissipée W_d lors de la phase d'embrayage dans l'embrayage est :

$$W_d = C_0 \omega_{mot} t_e$$

Question 3

On considère dans cette question le système mécanique de préhension, dont deux vues sont données sur la **figure 6**. Il s'agit d'une pince de manutention développée par le constructeur Schrader Bellows. Elle est constituée, principalement, d'un carter (1), d'un piston (3), de deux ressorts hélicoïdaux (10), de deux biellettes intermédiaires (5) et de deux doigts de préhension (7) (voir **figure 8**). Toutes les liaisons seront considérées parfaites.

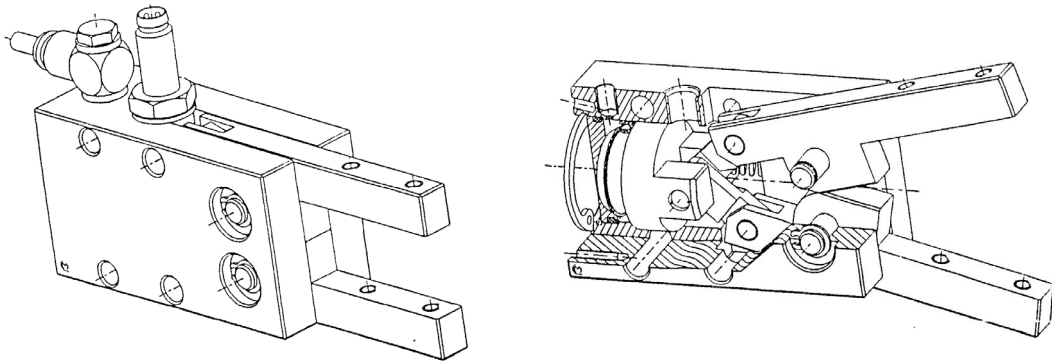


Figure 6

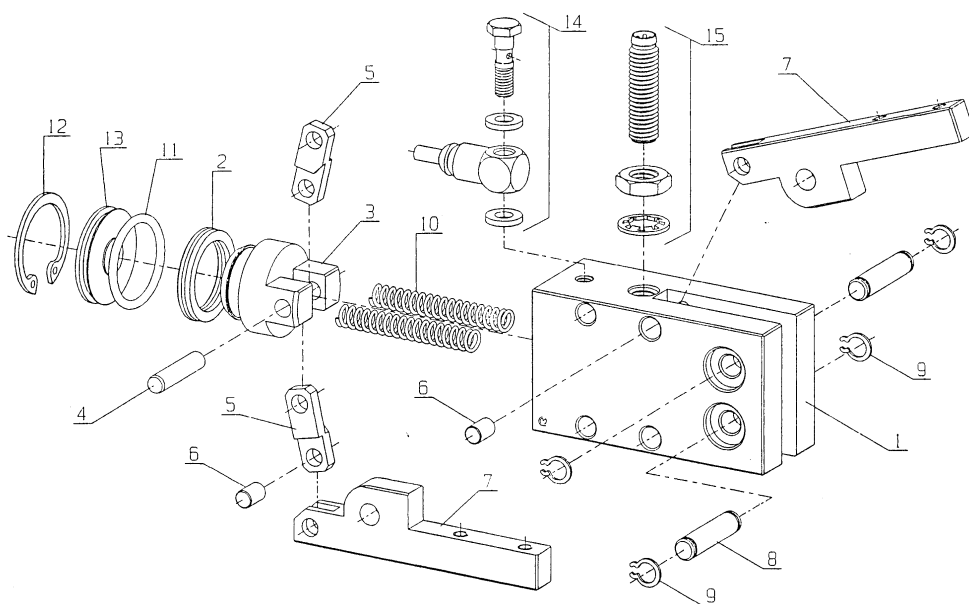
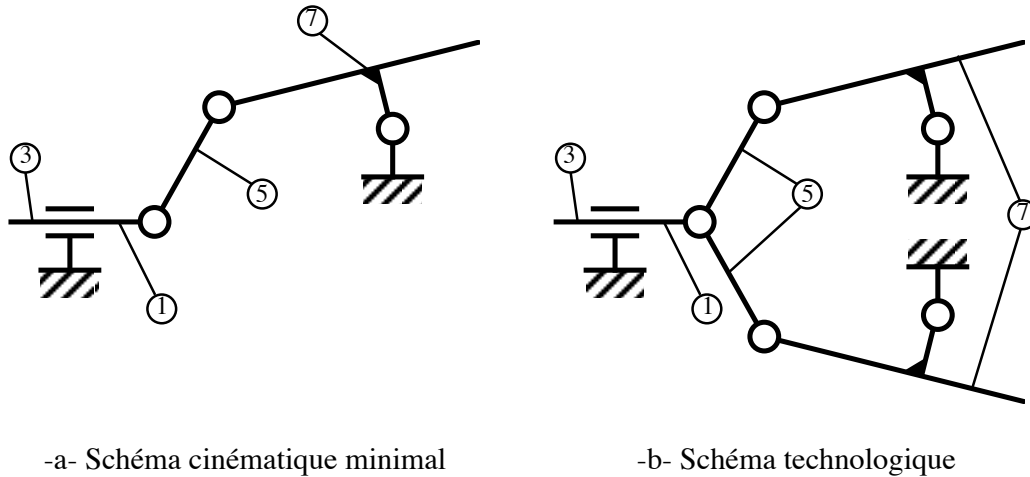


Figure 7

On propose sur les **figures 8a** et **8b** deux modélisations cinématiques de ce mécanisme suivant que l'on considère un seul doigt de préhension (on parlera de schéma cinématique minimal), ou bien les deux doigts de préhension (on parlera dans ce cas de schéma technologique).



-a- Schéma cinématique minimal

-b- Schéma technologique

Figure 8

- (A) La mobilité utile du mécanisme schématisé sur la **figure 8a** vaut 1.
- (B) Le nombre cyclomatique du mécanisme vaut 2.
- (C) Si on prend en compte les deux doigts de préhension de la pince (**figure 8b**), la mobilité cinématique du mécanisme vaut 2.
- (D) Si on considère le mécanisme comme un mécanisme plan (**figure 8a**), le degré d'hyperstatisme de ce mécanisme vaut $h = 0$.
- (E) Si maintenant on considère le mécanisme comme un mécanisme 3D, le degré d'hyperstatisme est encore $h = 0$.

Question 4

On reprend le système étudié dans la **question 3**, représenté sur les **figures 6** et **7** et schématisé sur la **figure 8**. L'ensemble des paramètres géométriques est donné sur la **figure 9**. On notera :

- l'abscisse $x = \overrightarrow{OA} \cdot \vec{x}$;
- l'angle $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_2) = (\vec{y}, \vec{y}_2)$;
- l'angle $\beta = (\vec{x}, \vec{x}_3) = (\vec{y}, \vec{y}_3)$;
- la longueur $AB = l$;
- la longueur $BC = L$;
- la longueur $CD = h$;
- et le vecteur $\overrightarrow{OD} = a \vec{x} + b \vec{y}$.

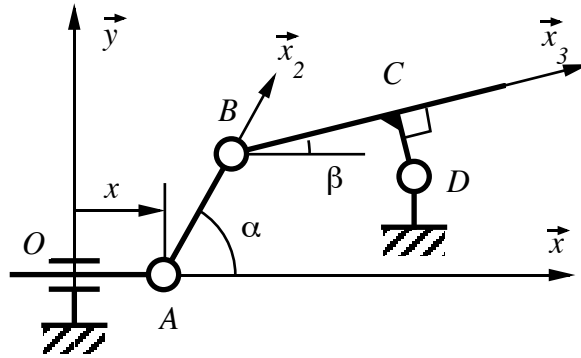


Figure 9

(A) On peut écrire l'équation suivante mettant en jeu les paramètres α et β et leurs dérivées par rapport au temps $\dot{\alpha}$ et $\dot{\beta}$:

$$l \dot{\alpha} \cos\alpha + L \dot{\beta} \cos\beta - h \dot{\beta} \sin\beta = 0$$

(B) On peut écrire l'équation suivante mettant en jeu les paramètres x , α et β et leurs dérivées par rapport au temps \dot{x} , $\dot{\alpha}$ et $\dot{\beta}$:

$$\dot{x} - l \dot{\alpha} \sin\alpha - L \dot{\beta} \sin\beta + h \dot{\beta} \cos\beta = 0$$

(C) Les deux équations précédentes nous permettent de retrouver le degré d'hyperstatisme du mécanisme plan schématisé sur la **figure 8a**.

(D) La vitesse du point C appartenant au doigt de préhension (7) par rapport au bâti (0), $\vec{V}(C, 7/0)$, peut s'écrire :

$$\vec{V}(C, 7/0) = \dot{x} \vec{x} + l \dot{\alpha} \sin\alpha \vec{y}_2 + L \dot{\beta} \sin\beta \vec{y}_3$$

(E) Si M_1 et M_2 sont deux points appartenant au même solide (S), alors leurs vecteurs accélération par rapport au repère R_l sont reliés par la relation suivante :

$$\vec{\Gamma}(M_2, S/R_l) = \vec{\Gamma}(M_1, S/R_l) + \left[\frac{d}{dt} \vec{\Omega}(S/R_l) \right]_{R_l} \wedge \overrightarrow{M_1 M_2} + \vec{\Omega}(S/R_l) \wedge \left[\vec{\Omega}(S/R_l) \wedge \overrightarrow{M_1 M_2} \right]$$

où $\vec{\Omega}(S/R_l)$ est le vecteur rotation du solide S dans son mouvement par rapport à R_l .

Question 5

(A) En général, le durcissement par trempe des aciers consiste à soumettre le matériau à un cycle thermique comprenant successivement un chauffage dit d'austénisation et un refroidissement.

(B) On peut améliorer la résilience d'un acier à l'aide d'une trempe et d'un revenu.

(C) Une fonte est un alliage de fer et de carbone contenant au moins 5 % de carbone.

(D) Le laiton est un alliage de cuivre et de zinc.

(E) On peut rencontrer des aciers ayant une limite d'élasticité en traction supérieure à 500 GPa.

Question 6

Pour déterminer le moment d'inertie I d'un rotor (R) autour de son axe de révolution matérielle, on peut mettre en œuvre la manipulation suivante, basée sur la mesure de la période d'oscillation d'un pendule de torsion (**figure 10**).

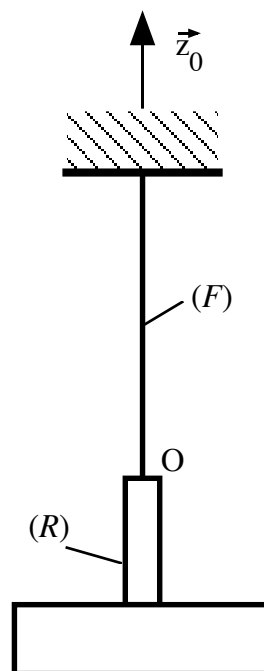


Figure 10

Soit $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère galiléen lié au bâti S_0 , l'axe (O, \vec{z}_0) étant dirigé suivant la verticale ascendante. Un fil de torsion (F) de longueur l , de section droite circulaire de diamètre d est fixé à l'une de ses extrémités au bâti (S_0). Le rotor (R) est relié à (F) de telle façon que son axe de révolution matérielle coïncide avec celui de (F). Soit $R = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}_0)$ un repère lié à (R). On pose $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x})$, l'angle θ est nul lorsque le système est au repos.

Le moment de torsion exercé par (F) sur (R) est $\vec{M}_0 = M \vec{z}_0$ avec $M = -K \theta$ et K la raideur du fil de torsion supposée constante.

(A) L'équation de mouvement de (R) par rapport à R_0 est :

$$\ddot{\theta} + \omega \theta = 0 \quad \text{avec} \quad \omega^2 = \frac{K}{I}$$

(B) L'évolution de l'angle θ en fonction du temps, sachant qu'à la date $t = 0$, $\theta(0) = \theta_0$ et $\dot{\theta}(0) = 0$, est :

$$\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t)$$

(C) La période T du mouvement est :

$$T = \frac{1}{\omega}$$

(D) Un disque (D) homogène de rayon r , de masse m , est fixé à l'extrémité de (R) de telle façon que son axe coïncide avec celui de (R). La pulsation du mouvement est alors donnée par :

$$\omega_1^2 = \frac{K}{I + \frac{m r^2}{4}}$$

(E) On peut déterminer le moment d'inertie I du rotor (R) en connaissant les périodes des deux expériences précédentes.

Question 7

L'étude suivante porte sur une pelle hydraulique, dont le bras est constitué de pièces articulées et de 3 vérins.

On veut choisir les trois vérins sachant que :

- la pression du circuit hydraulique d'alimentation des vérins vaut : $P = 30 \text{ MPa}$;
- la force de cavage vaut : $F = \|\vec{F}\| = 200 \text{ kN}$.

La force de cavage est la force maximale à atteindre, en bout de godet, lorsque celui-ci est dans la position la plus profonde, pour creuser.

On suppose que les articulations sont des liaisons pivot parfaites, et que les pièces sont des solides indéformables. On modélisera la force de cavage par un glisseur en bout de godet, de résultante horizontale, dans le plan de symétrie du bras de la pelle. On négligera le poids des pièces de la pelle.

La **figure 11** représente la pelle vue de profil et la force de cavage \vec{F} . La **figure 12** représente les pièces constituant la pelle, et les trois vérins $V1$, $V2$ et $V3$. La **figure 13** représente l'ensemble E du bras constitué des pièces $\{ 1, 2, 3, 4, 5, V1, V2, V3 \}$ et la force de cavage \vec{F} .

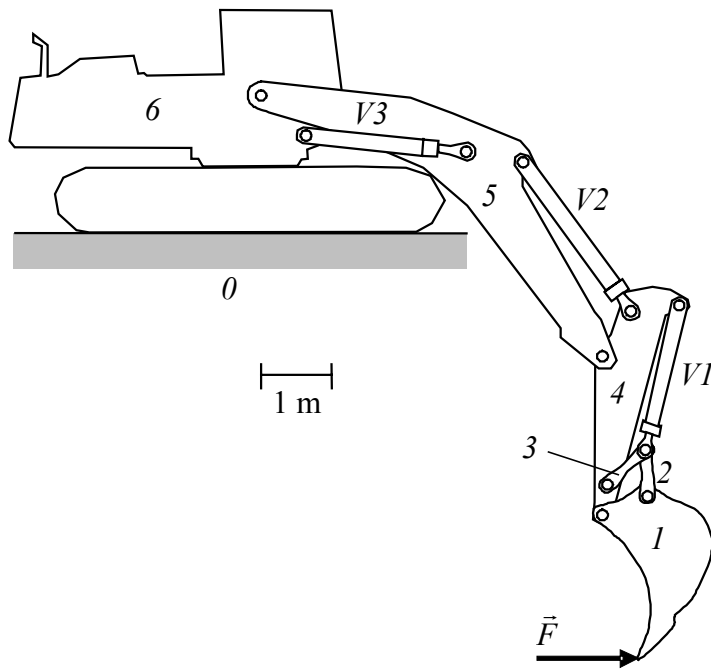


Figure 11

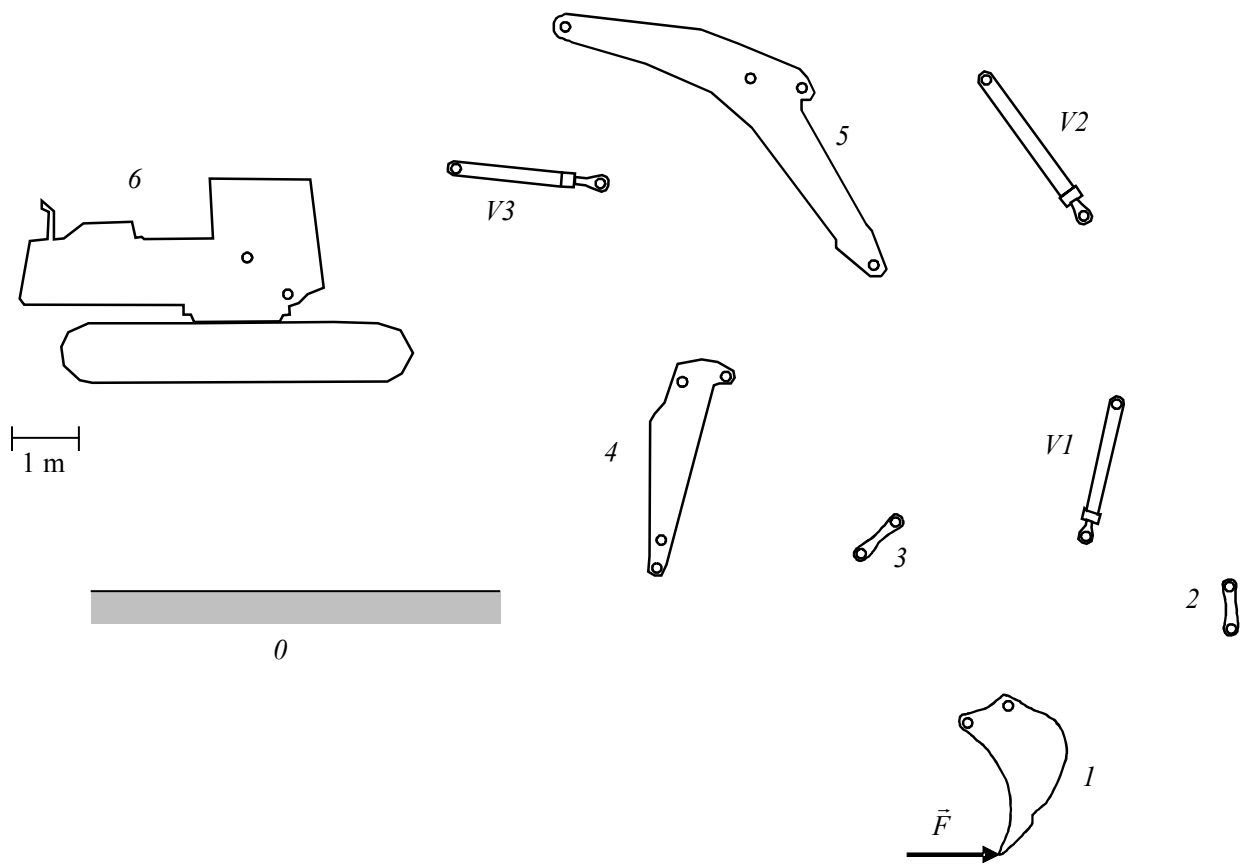


Figure 12

- (A) Un vérin alimenté à une pression de 30 MPa, de diamètre de piston 200 mm, peut atteindre une poussée de 600 kN.
- (B) Une étude de statique graphique montre qu'un diamètre de piston de 200 mm suffit au vérin $V1$ pour que la pelle atteigne la force de cavage $F = 200$ kN (voir **figure 11** et **12**).
- (C) Les actions mécaniques exercées par l'extérieur de E sur E sont trois glisseurs dont les axes centraux sont concourants en I (voir **figure 13**).
- (D) Une étude graphique (à partir de la **figure 13**) montre que la poussée nécessaire du vérin $V3$ vaut plus de 10 fois la force de cavage.
- (E) Une étude de statique graphique montre qu'une poussée de 500 kN du vérin $V2$ est suffisante pour que la pelle atteigne la force de cavage $F = 200$ kN (voir **figure 11** et **12**).

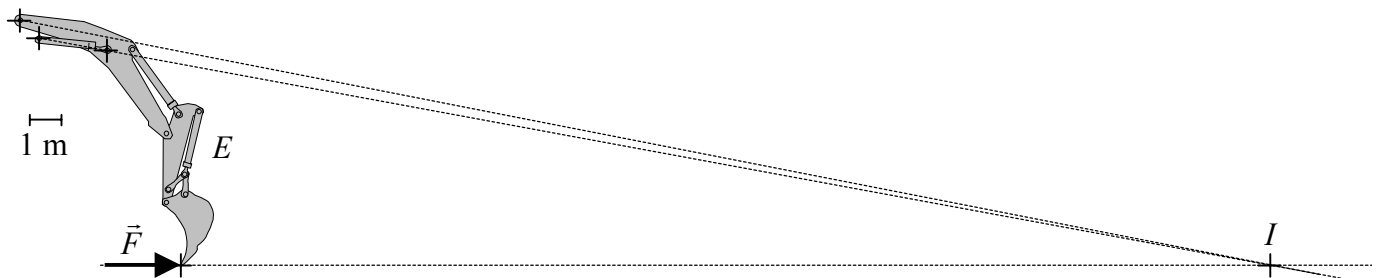


Figure 13

Question 8

On reprend le système étudié dans la **question 7** et représenté sur les **figures 11** et **12**. L'objectif de cette question est de déterminer le torseur cinématique du godet lors d'une phase de levage.

On se place dans la configuration dessinée sur la **figure 14**, où les trois vérins sont alimentés simultanément. La tour 6 est immobile par rapport au sol. Les vérins sont tous en phase de sortie (la tige sort du corps du vérin), avec une vitesse relative de 0,2 m/s.

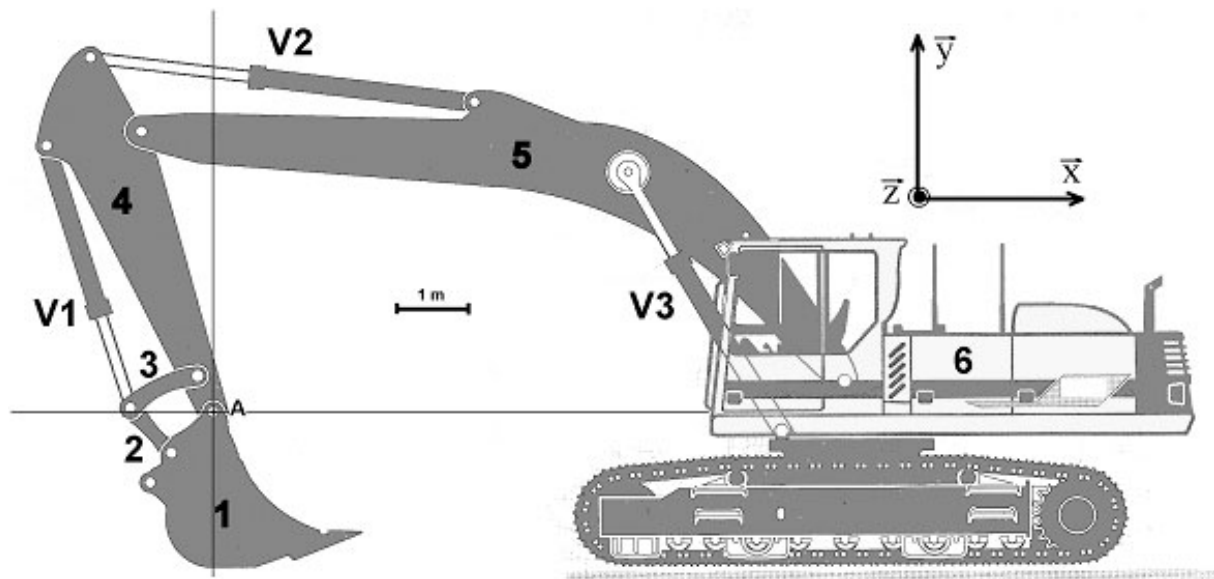


Figure 14

- (A) Le débit d'huile nécessaire pour alimenter un vérin de diamètre de piston 200 mm, pour que la vitesse de sortie de sa tige soit de 0,2 m/s, est inférieur à 13 l/min.
- (B) Le torseur cinématique du godet 1 par rapport au sol, exprimé en A est :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}(1/sol) = \omega \vec{y} \\ \vec{V}(A, 1/sol) = v \vec{x} + w \vec{y} \end{array} \right\}_A$$

- (C) Les relations suivantes sont justes :

$$\vec{V}(A, 1/6) = \vec{V}(A, 1/4) + \vec{V}(A, 4/5) + \vec{V}(A, 5/6)$$

$$\vec{\Omega}(1/6) = \vec{\Omega}(1/4) + \vec{\Omega}(4/5) + \vec{\Omega}(5/6)$$

- (D) Par une étude graphique (**figure 14**), on détermine que :

$$\vec{V}(A, 1/5) = 0,8 \vec{x} + 0,2 \vec{y} \quad (\text{m/s}) \text{ à } 10 \% \text{ près}$$

- (E) Par une étude graphique (**figure 14**), on détermine que :

$$\vec{\Omega}(1/5) \cdot \vec{z} = 0,2 \text{ rad/s à } 10 \% \text{ près}$$

Question 9

Un point matériel M de masse m se déplace sur la surface intérieure d'un cône de révolution (C_0) de sommet O et de demi-angle au sommet α . Ce cône est fixe dans l'espace galiléen auquel est attaché un repère $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. L'accélération de la pesanteur est notée $\vec{g} = -g \vec{z}_0$.

L'ensemble des paramètres géométriques est donné sur la **figure 15** :

- l'axe (O, \vec{z}_0) est dirigé suivant la verticale ascendante ;
- $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ est un repère avec $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \theta$;
- le vecteur position du point M est $\vec{OM} = h \vec{z}_0 + r \vec{x}_1$.

Le point matériel est lancé d'une position initiale repérée par $\theta = 0$ et $h = h_0$ avec une vitesse $\vec{V}_0(M/R_0) = V_0 \vec{y}_0$ où V_0 est une constante donnée.

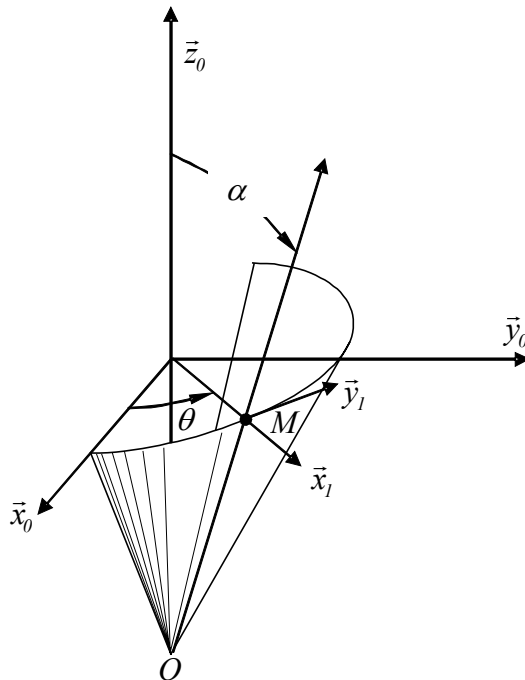


Figure 15

- (A) L'expression du vecteur vitesse du point M dans son mouvement par rapport à R_0 est :

$$\vec{V}(M/R_0) = \dot{h} \vec{z}_0 + \dot{r} \vec{x}_1 - r \dot{\theta} \vec{y}_1$$

- (B) L'expression du vecteur accélération du point M dans son mouvement par rapport à R_0 est :

$$\vec{\Gamma}(M/R_0) = \frac{\ddot{r}}{\tan \alpha} \vec{z}_0 + (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \vec{x}_1 + (2\dot{r} \dot{\theta} + r \ddot{\theta}) \vec{y}_1$$

- (C) La projection sur \vec{x}_l de l'action mécanique du cône (C_0) sur le point matériel M est :

$$m (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)$$

- (D) L'action mécanique du cône (C_0) sur le point matériel M est de la forme :

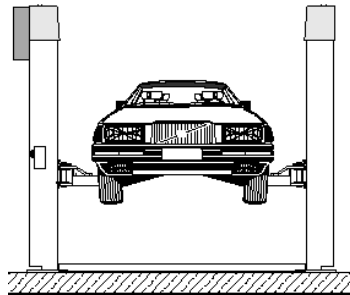
$$\vec{F}(C_0 \rightarrow M) = F_x \vec{x}_l + F_z \vec{z}_0 \quad \text{avec} \quad \frac{F_x}{F_z} = \tan \alpha$$

- (E) La condition nécessaire et suffisante pour que la trajectoire du point matériel M soit circulaire est :

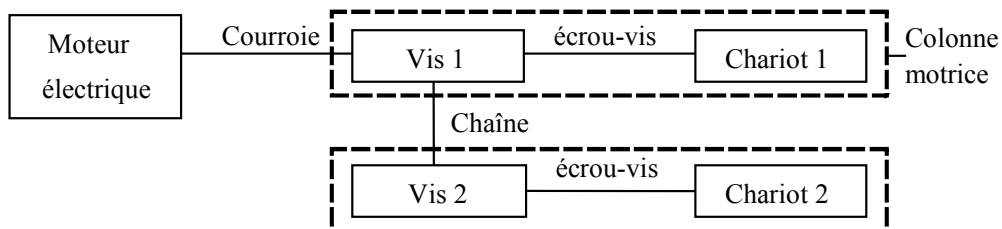
$$\tan^2 \alpha = \frac{V_0^2}{g h_0}$$

Question 10

Les items suivants concernent un pont élévateur de garage. Il est constitué de deux colonnes verticales fixées au sol. Le véhicule à soulever est mis en position entre les deux colonnes, et maintenu par deux paires de bras, fixées sur deux chariots. Chaque chariot est guidé en translation verticale sur le carter d'une colonne.



La chaîne d'entraînement des chariots est représentée ci-dessous :



Le moteur électrique est fixé en haut de la colonne motrice. La chaîne qui relie les vis des deux colonnes passe au ras du sol, sous le véhicule soulevé.

L'étude porte uniquement sur la colonne motrice (**figure 16**). Pour simplifier, on remplace les deux bras fixés au chariot par un seul, situé dans le plan (P) des deux vis, en liaison complète avec le chariot. De plus, on modélise l'action mécanique du véhicule sur le bras par un glisseur vertical dirigé vers le bas, dans le plan (P). On note \vec{F} sa résultante.

La **figure 16** est un schéma technologique de la colonne motrice, dans le plan (P), où le guidage en rotation de la vis est réalisé par les roulements $R1$ et $R2$.

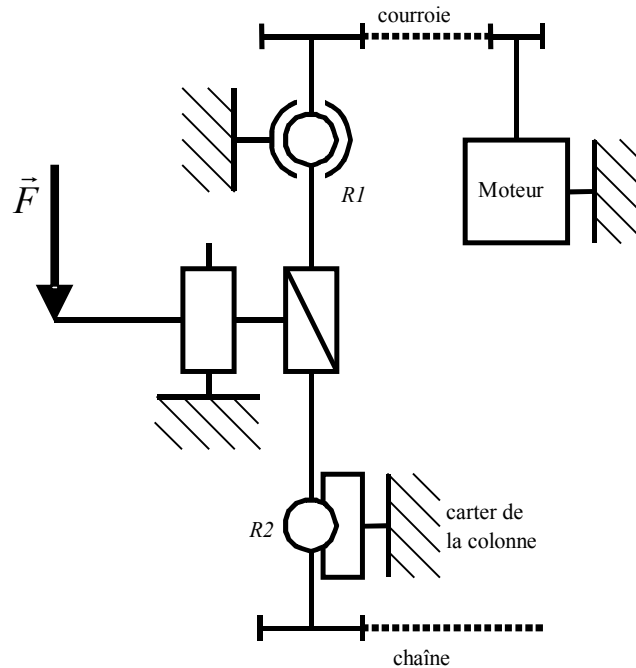


Figure 16

- (A) On place le roulement assurant l'arrêt en translation verticale en haut de la colonne pour éviter le flambage de la vis.
- (B) On place le roulement assurant l'arrêt en translation verticale en haut de la colonne pour éviter le flambage du carter.
- (C) Parmi les quatre montages de roulement de la **figure 17**, le n°2 est celui qui convient le mieux pour $R1$.
- (D) Parmi les quatre montages de roulement de la **figure 17**, le n°2 est celui qui convient le mieux pour $R2$.
- (E) Le roulement n°1 de la **figure 17** est un roulement à rotule à deux rangées de billes.

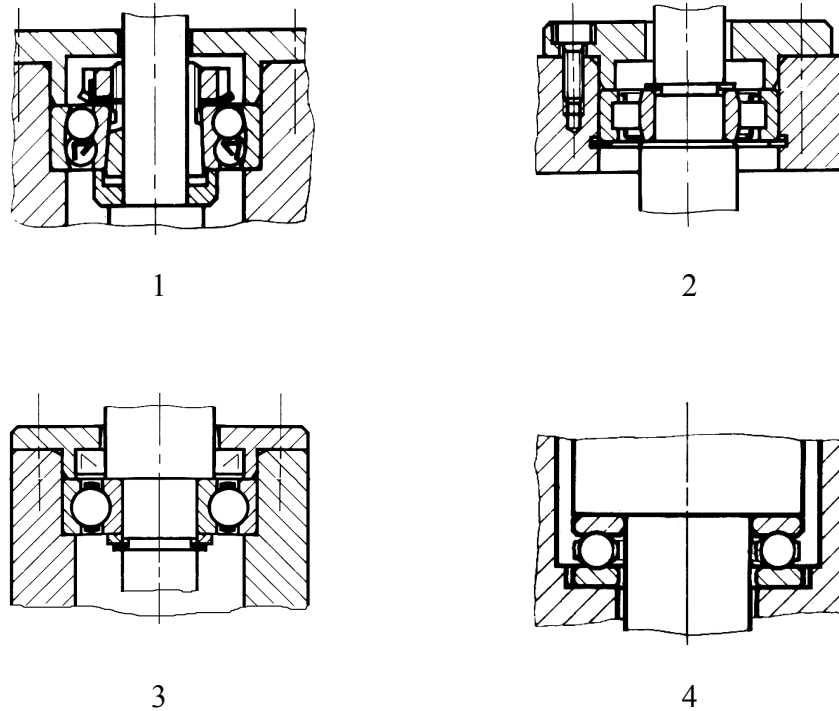


Figure 17

Question 11

On souhaite calculer le temps de montée du pont élévateur étudié à la **question 10**.

Les données supplémentaires sont les suivantes (voir **figure 16**) :

- en haut de la colonne : la poulie motrice a un diamètre de 100 mm et la poulie réceptrice a un diamètre de 200 mm. La courroie est crantée et le moteur tourne à une vitesse de 1200 tr/min ;
- en bas de la colonne : le pignon de chaîne a 30 dents ;
- la vis est en acier trempé, a un seul filet et un pas de 3 mm ;
- l'écrou est en bronze et on néglige le frottement au contact entre la vis et l'écrou et l'usure de l'écrou ;
- la course du chariot est de 2 m.

On note V_C le module de la vitesse de translation du chariot et ω_V le module de la vitesse de rotation de la vis par rapport au carter.

(A) En fonctionnement, la vis tourne à une vitesse de 2400 tr/min (à 10% près).

(B) En fonctionnement, le chariot monte à une vitesse de 30 mm/s (à 10% près).

(C) Pour effectuer sa course, le chariot met 66 s (à 10% près).

(D) L'usure de l'écrou a comme conséquence de diminuer le rapport $\frac{V_C}{\omega_C}$.

(E) Le frottement au contact entre la vis et l'écrou a comme conséquence de diminuer le rapport $\frac{V_C}{\omega_V}$.

Question 12

On considère une poutre droite de section circulaire constante de rayon R . Le matériau constitutif est un acier de module de cisaillement G . La géométrie et les conditions aux limites sont données sur la **figure 18**.

A est l'extrémité gauche de la poutre, B le centre de la liaison rotule, C un point de la ligne moyenne de la poutre, D le centre de la liaison linéaire annulaire et E l'extrémité droite de la poutre. Un point quelconque M de la ligne moyenne sera repéré par son abscisse $\overline{BM} = x \bar{x}$.

On donne $AB = DE = a$, $BD = b$ et $BC = c$ où a , b , c sont des constantes.

Les actions mécaniques extérieures sur la poutre sont :

- en A , un torseur de résultante $\vec{R}_A = T \vec{y}$ et de moment $\vec{M}_A = -M \vec{x}$;
- en B , un glisseur de résultante $\vec{R}_B = -F \vec{x} - T \vec{y}$;
- en C , un torseur de résultante $\vec{R}_C = F \vec{x}$ et de moment $\vec{M}_C = \frac{M}{2} \vec{x}$;
- en D , un glisseur de résultante $\vec{R}_D = -T \vec{y}$;
- en E , un torseur de résultante $\vec{R}_E = T \vec{y}$ et de moment $\vec{M}_E = \frac{M}{2} \vec{x}$.

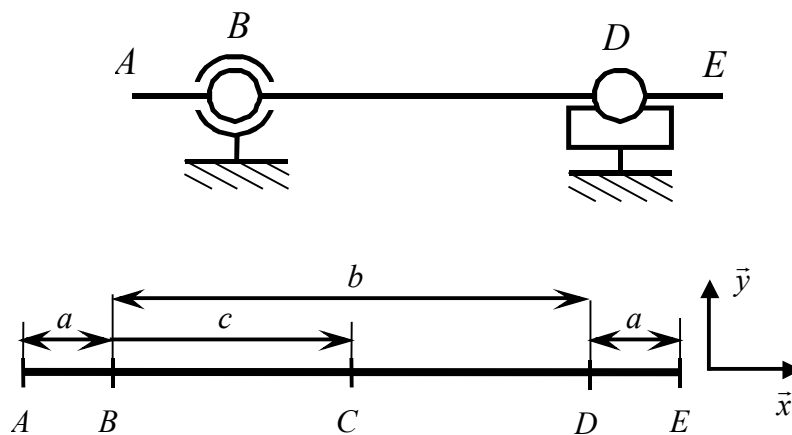


Figure 18

- (A) Ce problème est isostatique.
- (B) La poutre est uniquement sollicitée en torsion et en traction.
- (C) Le vecteur rotation $\vec{\omega}(A/E)$ de la section droite de centre A par rapport à celle de centre E est :

$$\vec{\omega}(A/E) = -\frac{M}{G \pi r^4} (3a + b + c) \vec{x}$$

- (D) L'augmentation de longueur totale de la poutre est :

$$\frac{F c}{\pi r^2}$$

- (E) La contrainte maximale de cisaillement dans la section droite située à $x = \frac{c}{2}$ est :

$$\frac{2 M}{\pi r^3}$$