

Avertissement concernant l'ensemble de l'épreuve :

Lorsqu'une question comporte un résultat numérique à vérifier, ce résultat doit être considéré comme « vrai » si l'égalité est vérifiée à $\pm 2\%$

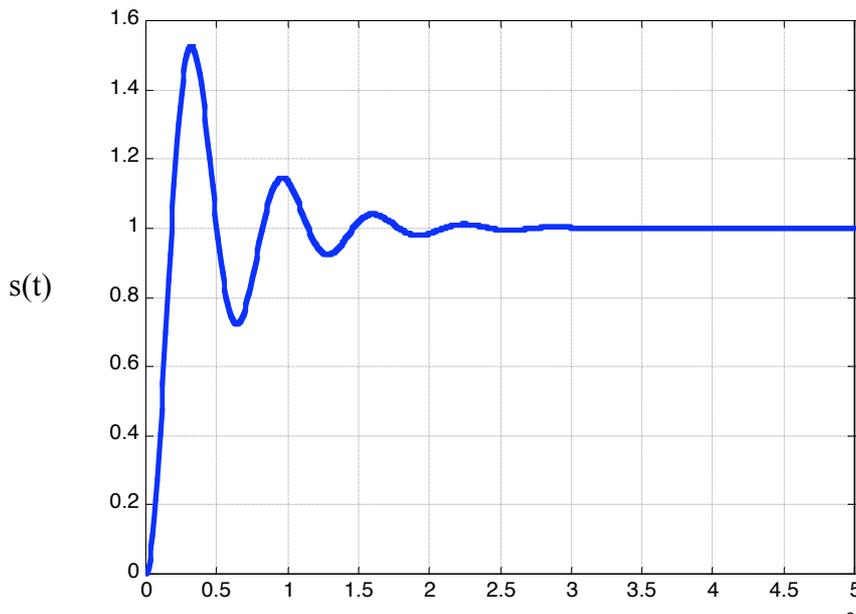
ELECTRICITE GENERALE – SYSTEMES LINEAIRES

Question 1

On considère le système linéaire mono-entrée ($e(t)$) et mono-sortie ($s(t)$) de fonction de transfert $F(p)$:

$$F(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{0,1 p}{1 + 10^{-3} p + 1 + 410^5 p + 10^8 p^2}$$

- (A) Ce système est un filtre passe-bas.
- (B) La réponse indicielle présente des oscillations.
- (C) La réponse à un échelon présente l'allure temporelle ci-dessous :



- (D) La réponse à la rampe $\begin{cases} t < 0 & e(t) = 0 \\ t \geq 0 & e(t) = t \end{cases}$ tend en régime permanent vers la valeur 0,1.

- (E) La réponse à un signal sinusoïdal d'amplitude 1 et de fréquence 1000 Hz est, en régime permanent, un signal sinusoïdal $s(t)$ d'amplitude 0,1.

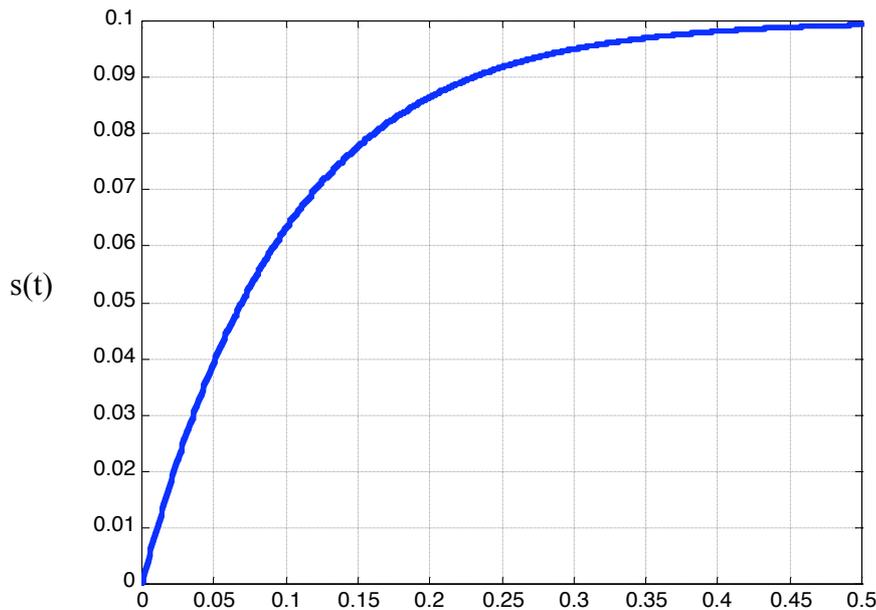
Question 2

Considérons un système dont l'entrée $e(t)$ et la sortie $s(t)$ sont liées par l'équation différentielle suivante :

$$\boxed{s(t) + 0,1 \frac{ds(t)}{dt} = e(t) + 0,5 \frac{de(t)}{dt}}$$

(A) Ce système a pour fonction de transfert : $F(p) = 5 \frac{p + 2}{p + 10}$

(B) La réponse à un échelon unité a l'allure suivante :



(C) La réponse à un échelon unité engendre une réponse $s(t)$ telle que :

$$s(t=0^+) = 5$$

(D) Une entrée sinusoïdale $e(t) = \sin(2\sqrt{5} t)$ impose, en régime permanent, une réponse $s(t)$ sinusoïdale telle que : $s(t) = \sqrt{5} \sin(2\sqrt{5} t \mp 1,15)$

(E) Pour une entrée de type $e(t) = [1 + \cos(\omega t)] \cos(\omega t)$

avec $\omega = 10 \text{ rad.s}^{-1}$

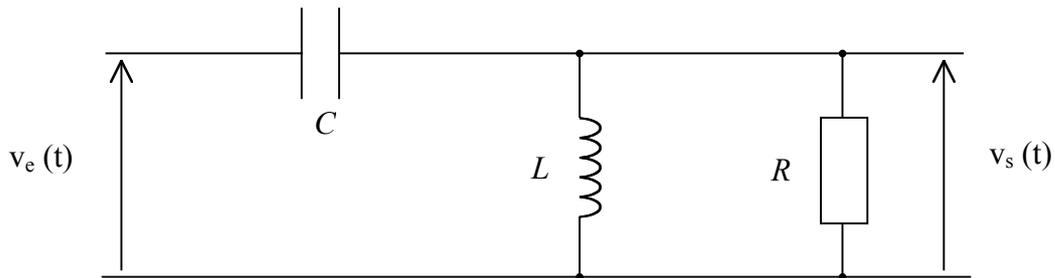
et $\omega = 10000 \text{ rad.s}^{-1}$,

la sortie $s(t)$ est en régime permanent égale à :

$$s(t) = [5 \cos(\omega t)] + [2,5 \cos((\omega \mp \omega)t)] + [2,5 \cos((\omega + \omega)t)]$$

Question 3

On considère le circuit ci-dessous, pour lequel la tension $v_e(t)$ constitue l'entrée et la tension $v_s(t)$ constitue la sortie.



On donne : $C = 1 \mu\text{F}$ $L = 0,1 \text{ mH}$ $R = 2,5 \Omega$

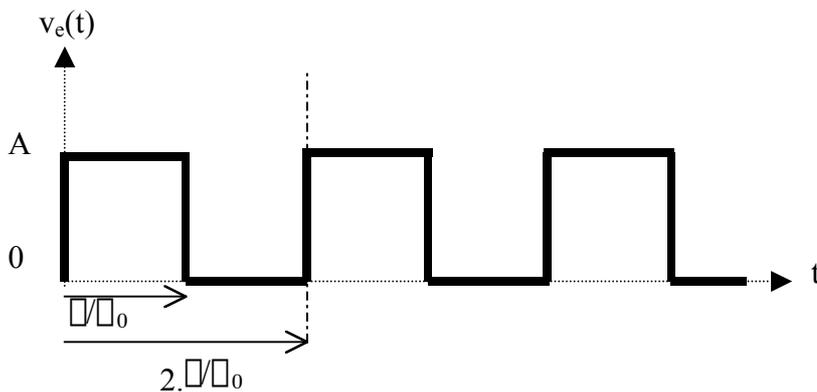
(A) La fonction de transfert de ce montage est :

$$F(p) = \frac{1}{1 + 2 \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}} \quad \text{avec } \omega_0 = 10^5 \text{ rad.s}^{-1} \quad \text{et } \nu = 2.$$

(B) La fonction de transfert de ce montage est :

$$F(p) = \frac{1}{1 + 2 \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}} \quad \text{avec } \omega_0 = 10^5 \text{ rad.s}^{-1} \quad \text{et } \nu = 2.$$

L'entrée est désormais la tension périodique ci-dessous :



Avec $A = 3 \text{ V}$ et $\omega_0 = 10^7 \text{ rad.s}^{-1}$.

On rappelle la forme du développement en série de Fourier de ce signal :

$$v_e(t) = A \left[\frac{1}{2} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k+1} \sin[(2k+1)\omega_0 t] \right]$$

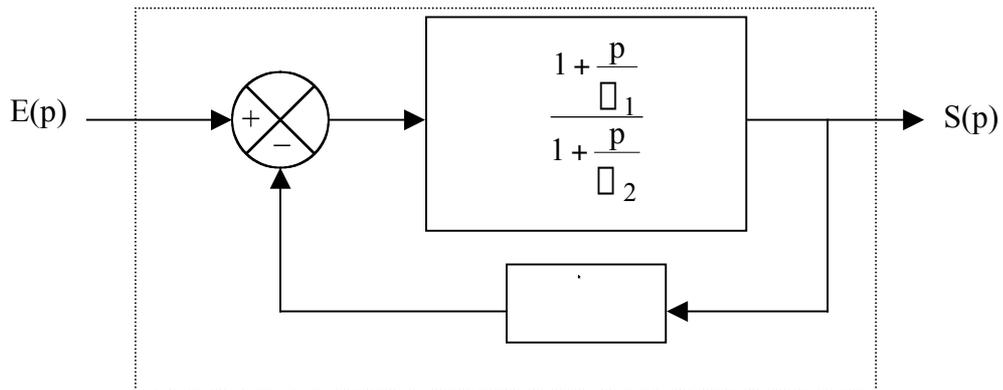
(C) La valeur moyenne de la tension d'entrée $v_e(t)$ est égale à 1,5 V.

(D) La valeur moyenne de la tension de sortie $v_s(t)$ est égale à 1,5 V.

(E) Dans la décomposition en série de Fourier de $v_s(t)$, la décroissance en amplitude des harmoniques est en $\frac{1}{2k+1}$.

Question 4

Soit le système linéaire ci dessous :



Avec $\omega_1 = 1000 \text{ rad.s}^{-1}$
 $\omega_2 = 50 \text{ rad.s}^{-1}$
 $k = 9$

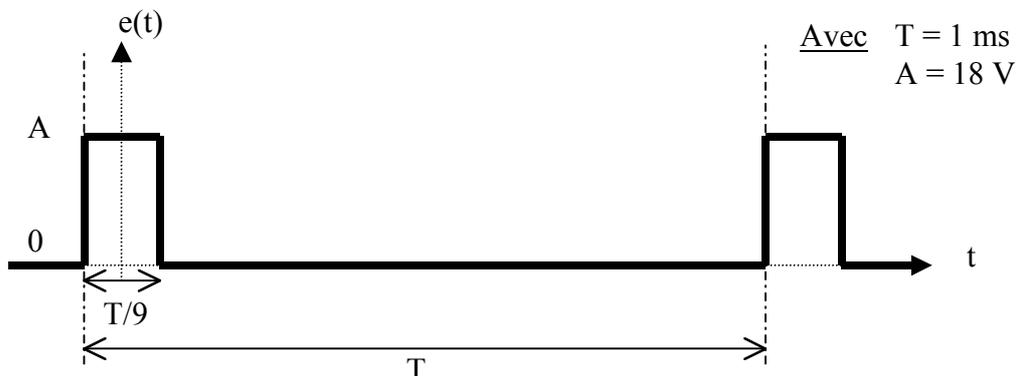
(A) La fonction de transfert du système est :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = 0,9 \frac{1 + 10^3 p}{1 + 2,1 \cdot 10^3 p}$$

(B) La fonction de transfert du système est :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = 0,1 \frac{1 + 10^3 p}{1 + 2,1 \cdot 10^3 p}$$

L'entrée $e(t)$ du système est désormais le signal périodique ci-dessous :



dont le développement en série de Fourier a la forme :

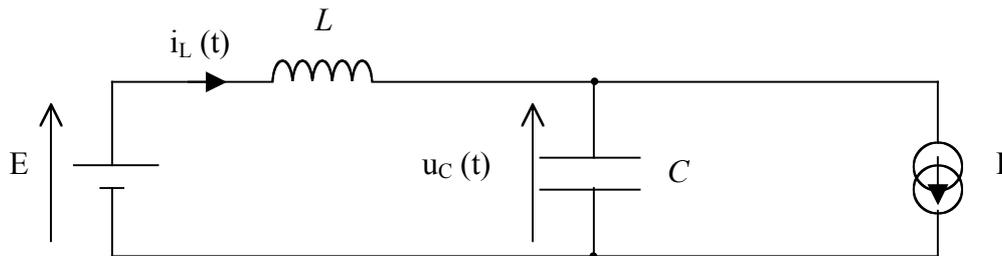
$$e(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos\left(k \frac{2\pi}{T} t\right)$$

avec : $a_k = \frac{2A}{k\pi} \sin\left(k \frac{\pi}{9}\right)$, et a_0 à calculer.

- (C) La valeur moyenne du signal de sortie $s(t)$ est égale à 1,8 V.
- (D) L'amplitude de l'harmonique de fréquence $\frac{3}{T}$ est égale à 0,33 V.
- (E) La valeur efficace de $s(t)$ est inférieure à 0,6 V.

Question 5

On considère le montage suivant pour lequel tous les éléments sont considérés comme idéaux :



Avec, à l'instant initial $t = 0$:

$$i_L(t=0) = I$$

$$u_C(t=0) = 2E$$

- (A) La tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur satisfait l'équation différentielle :

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2}(t) + u_C(t) = E$$

- (B) Pour $t > 0$, la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur s'écrit :

$$u_C(t) = E \left[\frac{1}{2} + \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) \right]$$

- (C) Pour $t > 0$, le courant $i_L(t)$ traversant l'inductance L s'écrit :

$$i_L(t) = I \left[\frac{1}{2} + \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) \right]$$

- (D) A $t = \frac{\pi}{2} \sqrt{LC}$, l'énergie stockée dans le condensateur est nulle.

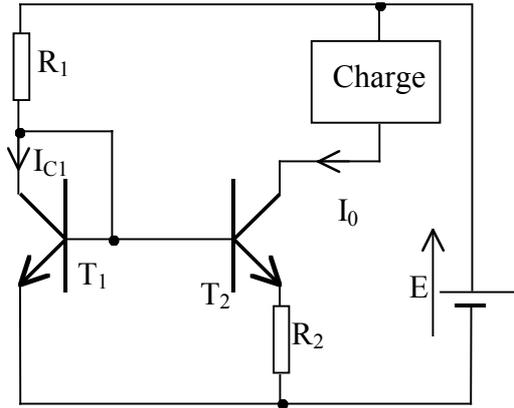
- (E) L'énergie stockée dans l'inductance est maximale aux instants :

$$t_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{LC}$$

$$t_2 = \frac{3\pi}{2} \sqrt{LC}$$

Question 6

On considère une source de courant :



Les deux transistors sont identiques.

$$I_C = \beta I_B$$

$$\beta = 200 \gg 1$$

$$E = 30 \text{ V}$$

Pour chaque transistor, la tension entre la base et l'émetteur est comprise entre 0,55 V et 0,7 V.

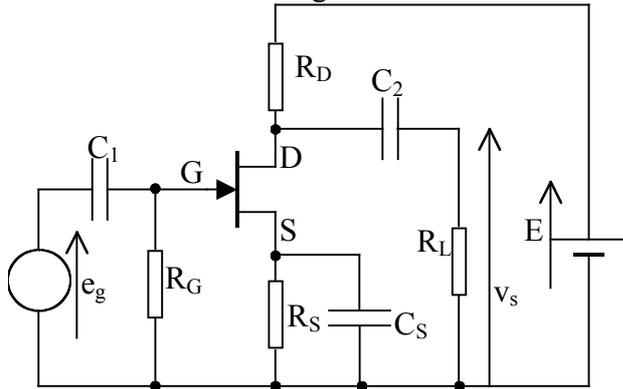
Pour obtenir $I_0 = 30 \mu\text{A}$, il faut avoir

$$I_{C1} = 40 \text{ mA}$$

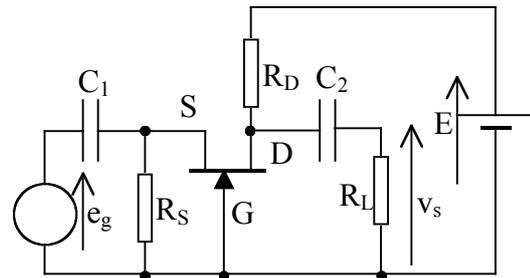
- (A) La tension émetteur-base est la même pour les deux transistors.
- (B) Lorsque la tension entre le collecteur et l'émetteur de T_2 est positive, le courant I_0 ne dépend pas de la charge.
- (C) Pour avoir $I_{C1} = 40 \text{ mA}$, donc pour avoir $I_0 = 30 \mu\text{A}$, R_1 doit être égale à $8,3 \text{ k}\Omega$.
- (D) Le courant I_{C1} (donc le courant I_0) dépend de la source d'alimentation E .
- (E) Si on remplace R_2 par un court-circuit, les courants I_0 et I_{C1} sont égaux.

Question 7

On considère les montages suivants :



Montage 1



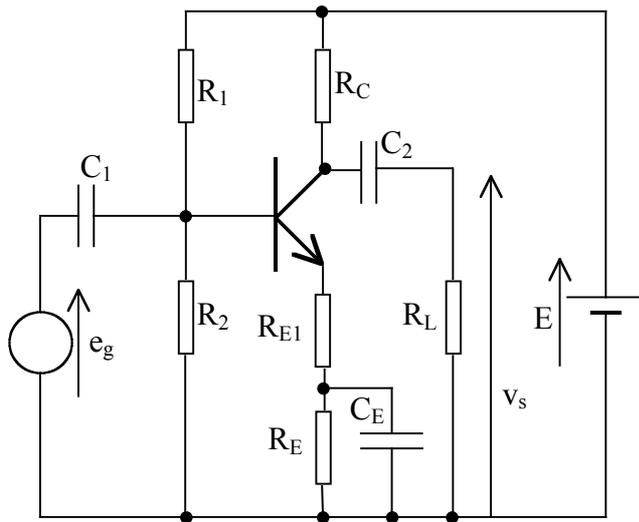
Montage 2

La caractéristique du transistor est donnée par : $I_D = I_{DSS} \left[1 + \frac{V_{GS}}{V_P} \right]^2$ avec $I_{DSS} = 9 \text{ mA}$ et $V_P = 3 \text{ V}$

- (A) Dans le montage 1, pour avoir $I_D = 4 \text{ mA}$, R_S doit valoir 250Ω .
- (B) La pente g_m du transistor (dérivée du courant de drain par rapport à la tension grille-source pour le point de repos considéré) vaut alors 2 mA/V
- (C) La droite de charge statique dans le montage 1 a pour pente $\frac{1}{R_D}$
- (D) L'admittance d'entrée du montage 2 vaut $g_m + \frac{1}{R_S}$
- (E) L'amplification en tension du montage 2 est de même valeur absolue et de signe contraire à celle du montage 1.

Question 8

On considère le montage suivant :



Le transistor utilisé a pour caractéristiques :

$$I_B = I_S \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) \gg I_S$$

$$V_T = \frac{kT}{q} = 26 \text{ mV}$$

$$V_{BE} = 0,6 \text{ V}$$

$$\beta \gg 1$$

La tension e_g est sinusoïdale permanente de faible amplitude.

Les condensateurs C_1 et C_2 sont considérés comme des courts-circuits dans la bande passante du montage.

(A) La tension V_{CE0} de repos entre émetteur et collecteur est donnée par : $V_{CE0} = E - (R_C + R_{E1}) \cdot I_{C0}$ où I_{C0} est le courant collecteur de repos.

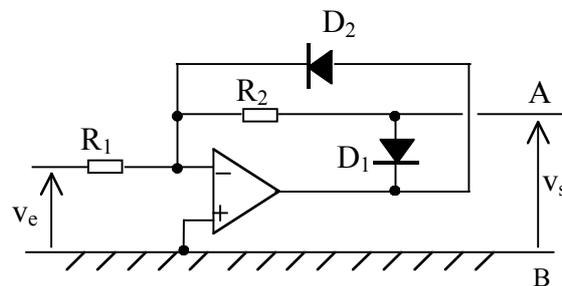
(B) La pente du transistor (dérivée du courant de collecteur par rapport à la tension base-émetteur) vaut $g_m = \frac{I_{C0}}{3V_T}$.

(C) La fréquence basse de coupure du montage est $f_c = \frac{1}{2(R_E C_E)}$.

(D) Dans la bande passante, l'amplification en tension $\frac{v_s}{e_g}$ est $A = \beta g_m \frac{R_L R_C}{R_L + R_C}$

(E) L'impédance de sortie vue par R_L dans la bande passante vaut $R_s = R_C + R_{E1}$

Question 9



Les diodes et l'amplificateur opérationnel sont supposés idéaux.

(A) Quand $e > 0$, la diode D_1 conduit

(B) Quand $e < 0$, la diode D_1 conduit.

(C) Le montage réalise un redressement double alternance.

(D) Pour $e > 0$, la résistance de sortie entre A et B vaut 0.

(E) Pour $e < 0$, la résistance de sortie entre A et B vaut R_2 .

ELECTRONIQUE NUMERIQUE

représente la somme logique

. représente le produit logique

Question 10

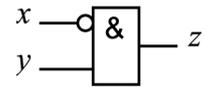
(A) f est une fonction de 4 variables définie par :

$$f = \bar{d}.c.\bar{a} \quad d.\bar{c}.a \quad c.b.a \quad \bar{d}.\bar{c}.\bar{b}.\bar{a} \quad d.c.\bar{b}.a \quad \bar{d}.\bar{c}.b$$

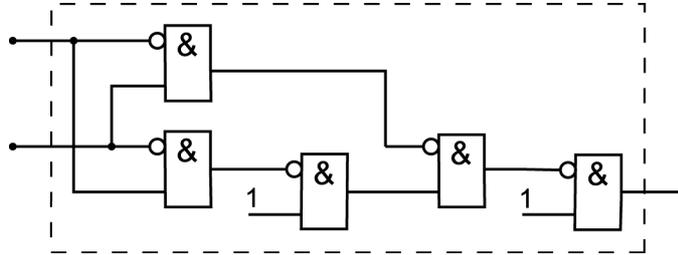
Si l'on dispose des variables a, b, c, d et également de leurs compléments $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d}$, il est possible de réaliser un circuit correspondant à cette fonction par le seul emploi de 3 portes NAND à 2 entrées et une porte NAND à 3 entrées.

(B) Le circuit le plus rapide correspondant à cette fonction, réalisé en utilisant seulement des portes NAND dont chacune présente un temps de retard de propagation de 10 ns, présente lui-même un temps de retard de propagation de 40 ns.

(C) L'opérateur ci-contre réalise la fonction $z = \bar{x} \cdot y$
 On ne peut pas réaliser n'importe quelle fonction combinatoire en utilisant seulement ce type d'opérateur.



(D) Le schéma suivant est celui d'un opérateur OU-EXCLUSIF :



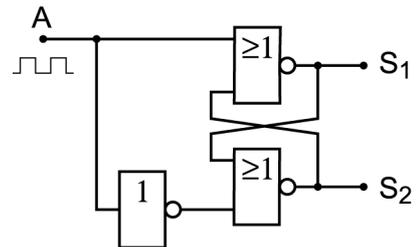
(E) La représentation numérique de l'état d'un bus de 16 lignes à un instant donné, exprimée en hexadécimal, est A5CE .

A cet instant, 8 lignes du bus sont à l'état bas, 8 à l'état haut.

Question 11

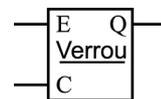
(A) Le circuit ci-contre, composé d'un inverseur et de 2 portes NOR, reçoit en A un signal carré.

Si l'on considère que le temps de retard de propagation des 3 opérateurs est nul, le signal d'entrée A est reproduit en S_1 , son complémentaire en S_2 .

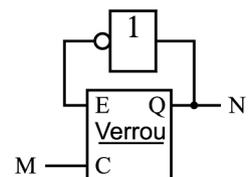


(B) Si l'on considère que le temps de retard des 3 opérateurs est de 10 ns, S_1 et S_2 ne sont jamais simultanément à l'état haut.

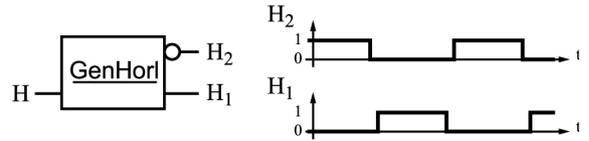
(C) L'opérateur Verrou présente le fonctionnement suivant:
 - si $C=0$, Q conserve l'état qu'avait E à l'instant qui a précédé le retour de C à 0,
 - sinon ($C=1$), Q recopie les évolutions de E.



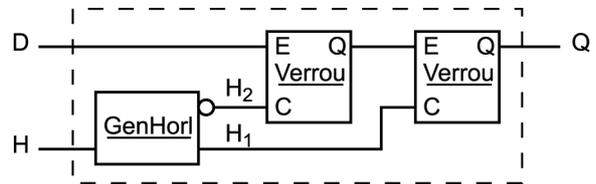
Dans l'association ci-contre de cet opérateur avec un inverseur, le signal appliqué en M et celui délivré en N sont dans un rapport de fréquences de 2.



(D) Le circuit GenHorl est un générateur d'horloge. Il reproduit en sortie H_1 le signal appliqué sur l'entrée H , en sortie H_2 le signal complémentaire, et ceci d'une façon telle que H_1 et H_2 ne sont jamais simultanément à 1.



L'association ci-contre du générateur d'horloge et de 2 opérateurs Verrou correspond à une bascule D déclenchée sur les fronts montants du signal d'horloge H.



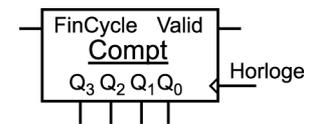
(E) La permutation de H_1 et H_2 conduit à un comportement sans rapport avec celui d'une bascule.

Question 12

Compt est un compteur hexadécimal synchrone (cycle de 16 états, code binaire naturel, Q_3 : bit de poids le plus fort, Q_0 : bit de poids le plus faible).

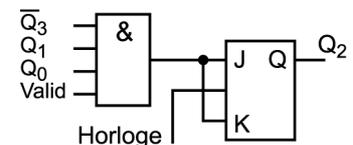
Valid est une entrée d'autorisation de comptage. Elle définit le comportement du compteur à chaque front montant d'horloge :

- si $Valid=0$, le compteur n'évolue pas,
- sinon ($Valid=1$) le compteur s'incrémente.



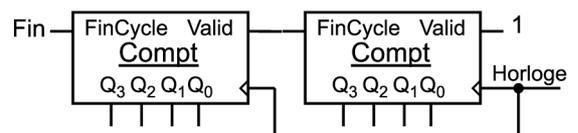
(A) Le compteur est réalisé à partir de 4 bascules JK. Le schéma ci-contre est un schéma partiel du compteur.

Il représente la bascule liée à la sortie Q_2 et son circuit de commande.

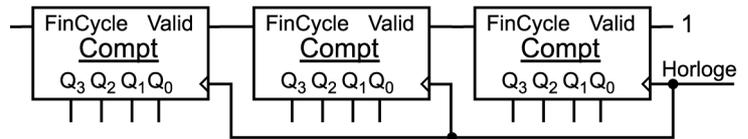


(B) Compt possède une sortie FinCycle qui correspond à $FinCycle = Q_3 Q_2 Q_1 Q_0$

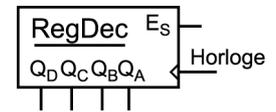
Dans cette association, la fréquence de Fin est 256 fois plus faible que la fréquence de Horloge.



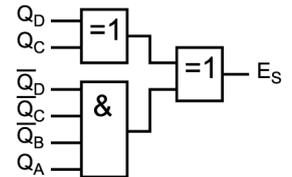
(C) Cette association forme un compteur à 2048 états.



(D) RegDec est un registre à décalage 4 bits. E_S est son entrée série, $Q_D Q_C Q_B Q_A$ ses sorties parallèles. A chaque front montant de l'horloge, le contenu du registre est décalé d'une cellule, de A vers D.



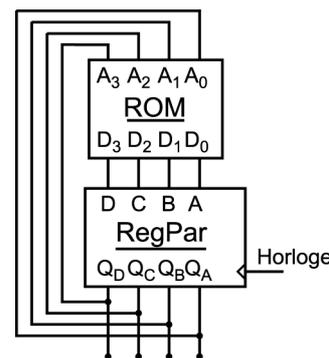
L'entrée série dépend des sorties à travers un circuit combinatoire constitué d'une porte ET et 2 portes OU-EXCLUSIF, selon le schéma ci-contre:



A partir de $Q_D Q_C Q_B Q_A = 1111$, l'ensemble décrit un cycle de 12 états.

(E) RegPar est un registre parallèle 4 bits. A chaque front montant de l'horloge, le mot appliqué en DCBA est recopié et mémorisé en $Q_D Q_C Q_B Q_A$.

Le contenu de la mémoire ROM est défini par la table ci-jointe. Adresses (A_3-A_0) et données (D_3-D_0) sont exprimées en hexadécimal, avec l'indice 3 associé au bit de plus fort poids, l'indice 0 au plus faible.



Adresse	Donnée
0	0
1	2
2	4
3	6
4	9
5	B
6	D
7	F
8	1
9	3
A	5
B	7
C	8
D	A
E	C
F	E

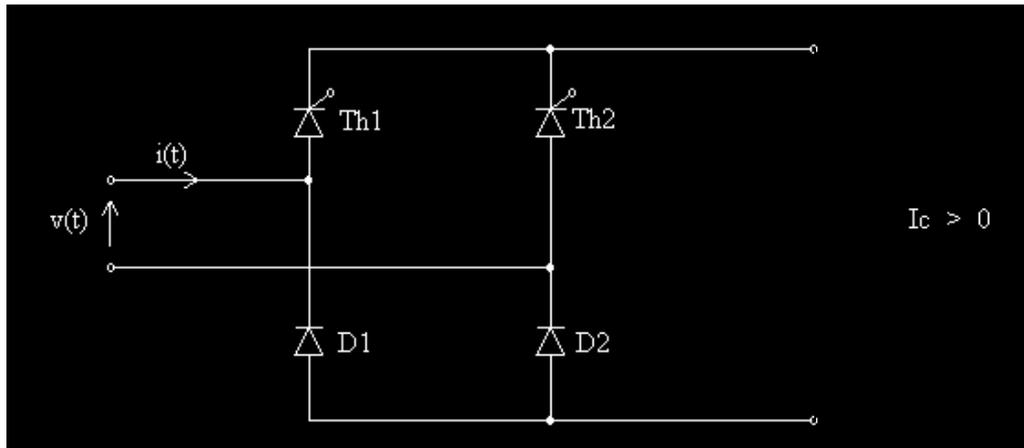
A partir de $Q_D Q_C Q_B Q_A = 1111$, l'ensemble décrit le même cycle que le système précédent.

ELECTRONIQUE DE PUISSANCE

Question 13

Un pont redresseur est

- formé de deux thyristors (Th1 et Th2) et de deux diodes (D1 et D2) ;
- alimenté à 50 Hz par une tension sinusoïdale $v(t)$ de valeur efficace $V = 230$ Volts ;
- commandé avec un angle α de retard à l'amorçage (par rapport à l'amorçage naturel).



On note $\langle u_C(t) \rangle$, la valeur moyenne de la tension $u_C(t)$.

La charge prélève un courant constant et positif : I_C .

- (A) Pour $\alpha = 0^\circ$, alors $\langle u_C(t) \rangle = 207$ Volts
- (B) Pour $\alpha = 60^\circ$, alors $\langle u_C(t) \rangle = 155,25$ Volts
- (C) Ce montage est réversible en tension mais pas en courant
- (D) La valeur efficace I du courant $i(t)$ fourni par le réseau ne dépend pas de l'angle α .
- (E) Quel que soit α , la valeur moyenne du courant traversant le thyristor Th1 est :

$$\frac{I_C}{2}.$$

Question 14

Un moteur à courant continu est modélisé par une résistance R en série avec une inductance L et une force électromotrice E proportionnelle à sa vitesse de rotation ω .

Pour ce moteur, on considère que les pertes ferromagnétiques et mécaniques sont négligeables. On donne $R = 1 \Omega$ pour la valeur de la résistance et $k = 1 \text{ Nm} \cdot \text{A}^{-1}$ pour la valeur de la constante de couple.

La charge mécanique exerce un couple constant et résistant $C_u = 20 \text{ Nm}$.

Le moteur est alimenté par une source de tension constante $U = 200 \text{ V}$.

- (A) En régime permanent, le courant délivré par la source de tension est de 20 A .
- (B) La vitesse de rotation ω est de $1719 \text{ tours} \cdot \text{min}^{-1}$.

Le moteur est désormais alimenté par une source de tension constante $U = 100 \text{ V}$.

(C) En régime permanent, le courant délivré par la source de tension est de 20 A

(D) La vitesse de rotation ω est de $859,5 \text{ tours} \cdot \text{min}^{-1}$.

(E) La puissance mécanique fournie à la charge est de 2000 W .

ELECTROMAGNETISME

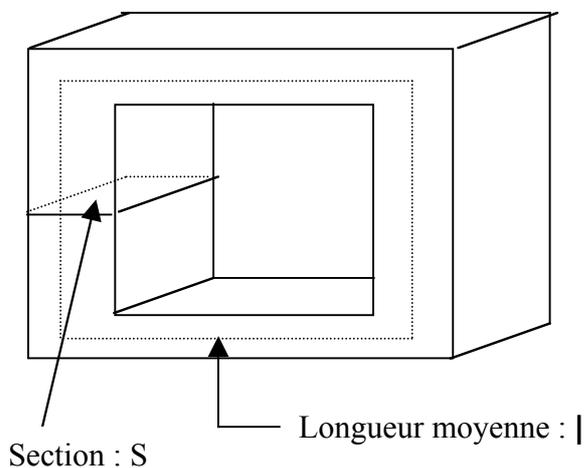
Question 15

On bobine N spires autour d'un circuit magnétique de longueur moyenne l et de section S . (cf figure ci-dessous). On donne :

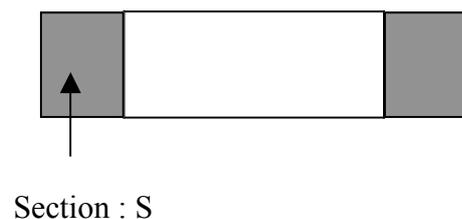
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$;

$l = 40 \text{ cm}$; $S = 1 \text{ cm}^2$; $N = 60$

Vue en volume



Vue en coupe



Dans les quatre premières questions, on considère le circuit magnétique comme linéaire de perméabilité relative $\mu_r = 2000$.

(A) Si on fait circuler dans le bobinage un courant $I = 1 \text{ A}$, alors l'induction magnétique à l'intérieur du circuit magnétique vaut $0,38 \text{ Tesla}$.

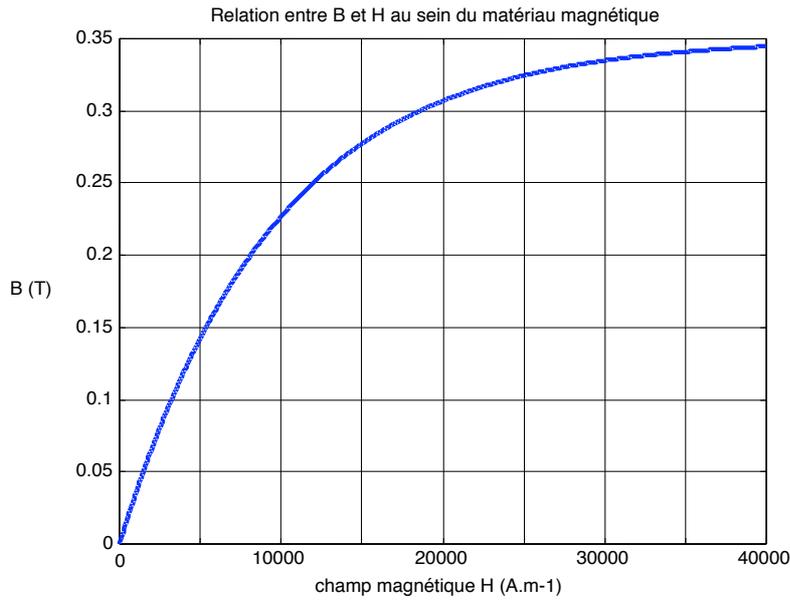
(B) L'inductance L du bobinage est proportionnelle au nombre de tours.

(C) On applique, aux bornes du bobinage, une différence de potentiel $U(t)$ sinusoïdale d'amplitude $U_{\text{MAX}} = 12 \text{ mV}$ et de fréquence $f = 50 \text{ Hz}$. En régime permanent, l'induction magnétique $B(t)$ varie sinusoïdalement et son amplitude vaut $0,382 \text{ Tesla}$.

(D) On réalise un entrefer d'épaisseur $e = 0,5 \text{ cm}$. Si on néglige les effets de bord, l'inductance L du bobinage est désormais égale à $87 \mu\text{H}$

(E) On considère toujours le circuit magnétique avec son entrefer $e = 0,5 \text{ cm}$, mais le circuit magnétique n'a plus un comportement linéaire.

La relation, au sein du matériau, entre induction magnétique B et champ magnétique H est donnée par la figure ci-dessous :

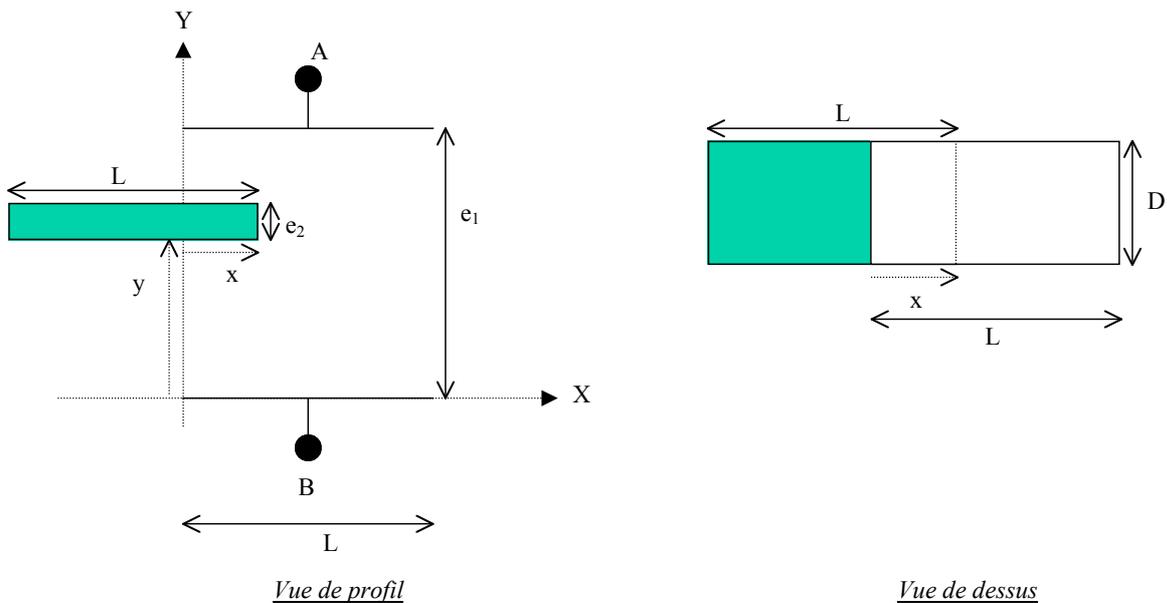


Si on fait circuler un courant de 20 A dans le bobinage, alors le module de l'induction magnétique B est égale à 0,21 Tesla.

Question 16

Un condensateur plan est formé de deux armatures métalliques rectangulaires de longueur L, de largeur D et séparés par une distance e_1 . L'air qui les sépare possède une permittivité ϵ_0 . Par ailleurs, on néglige les effets de bord.

On introduit entre ces deux armatures une plaque métallique de longueur L, de largeur D et d'épaisseur $e_2 < e_1$. La position de cette plaque est repérée par les coordonnées x (profondeur de pénétration) et y (hauteur de la plaque) comme l'indique la figure ci-dessous :



(A) Entre les points de connexion A et B, le système peut être vu comme l'association (série ou parallèle) de 3 condensateurs dont les capacités, pour $x \in [0;L]$, sont les suivantes :

$$C_1(x) = \frac{D x}{e_1 y e_2}$$

$$C_2(x) = \frac{D x}{y}$$

$$C_3(x) = \frac{D (L-x)}{e_1}$$

(B) Pour $x \in [0;L]$, la capacité équivalente du montage est :

$$C_{\text{eq}}(x) = C_0 \frac{e_1}{e_1 + e_2} + \frac{e_2 x}{e_1 e_2 L} \quad \text{avec : } C_0 = \frac{D L}{e_1}$$

(C) Les deux armatures sont branchées aux bornes d'un générateur qui impose une différence de potentielle : $U_0 = V(A) - V(B)$.

L'énergie électrostatique du système (armatures et plaque métallique) diminue lorsque x varie de $x = 0$ à $x = L$.

(D) La plaque métallique se trouvant totalement à l'extérieur, la différence de potentielle entre les deux armatures est portée à $U_0 = V(A) - V(B)$. Puis, le montage est isolé du générateur.

L'énergie électrostatique du système (armatures et plaque métallique) diminue lors de l'entrée de la plaque métallique (c'est-à-dire de $x = 0$ à $x = L$).

(E) Dans les conditions expérimentales de (D), la plaque métallique, située à mi-parcours (c'est-à-dire $x = \frac{L}{2}$), est attirée à l'intérieur du condensateur.