

**CONCOURS ATS
-SESSION 2024-**

**ÉPREUVE DE
S.I. GÉNIE CIVIL**

CALCULATRICE AUTORISÉE

CODE ÉPREUVE : 929

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 5H

Toutes les parties peuvent être traitées de manière indépendante. Pour chaque question, en complément des résultats de calculs proprement dits, il conviendra de justifier les choix effectués et les calculs réalisés.

COMPLEXE SPORTIF SAINT-CLAR

Ce dossier s'articule autour du projet de construction d'un complexe sportif à Saint-Clar. Localisée dans le département du Gers (32) en Occitanie, Saint-Clar se situe dans la Lomagne, une ancienne circonscription de la province de Gascogne, surnommée « Toscane Française ». La commune possède un patrimoine naturel remarquable composé de trois zones naturelles d'intérêt écologique, faunistique et floristique. Elle compte environ 1000 habitants.

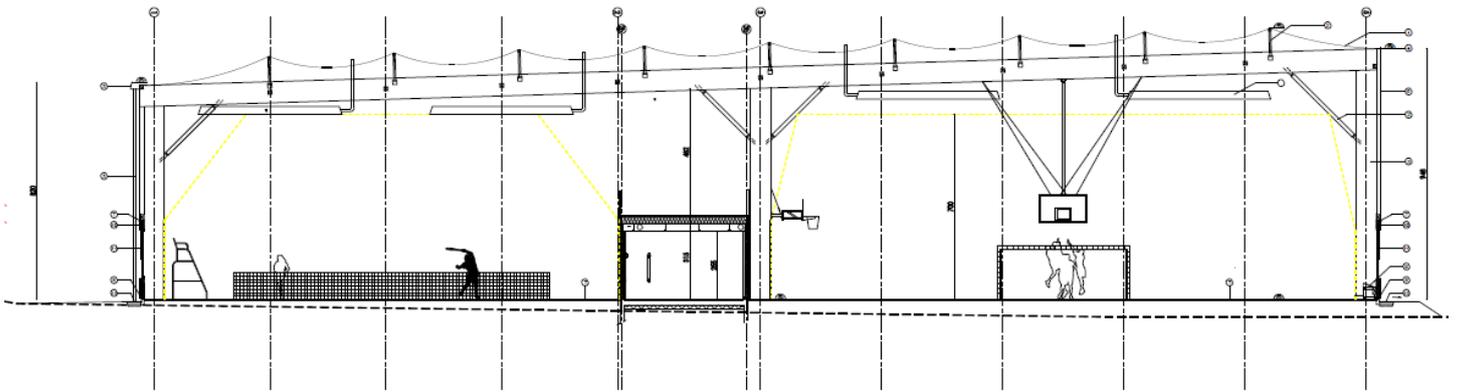


Figure 1 : Élévation sur portique double.

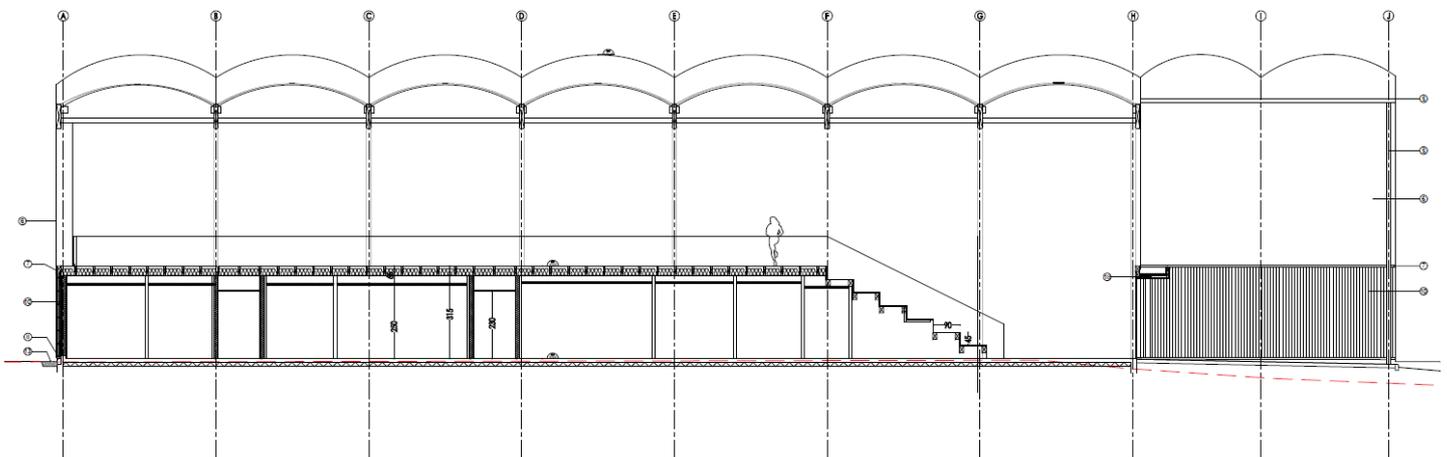


Figure 2 : Coupe longitudinale du gymnase.

Les ossatures de charpentes sont constituées de poteaux en bois lamellé-collé supports de poutres en bois lamellé-collé sur lesquelles sont appuyés les ouvrages de couvertures. Les poteaux sont articulés en pieds.

Des ossatures secondaires, constituées de montants et lisses en bois lamellé-collé, sont prévues en périmétrie des menuiseries en façades et en partie inférieure des habillages des façades en toiles tendues.

Des profilés métalliques de section tubulaires sont prévus à usage de butons / tirants et d'anti-dévers des poutres principales.

Le contreventement en toiture est assuré par des poutres-au-vent constituées de profilés métalliques entre poutres principales. Le contreventement en façades est constitué de croix de Saint-André métalliques verticales.

Les ossatures des locaux annexes sont constituées de poutres en bois lamellé-collé supports de platelages constitués de panneaux en contreplaqués bakélisés anti-dérapants.

L'attention est attirée sur la zone de gradins également constituée de poutres en bois lamellé-collé supports de panneaux en contreplaqués bakélisés anti-dérapants, y compris sur les jouées des gradins.

Ces ossatures sont appuyées sur des murs à ossatures bois, eux-mêmes appuyés sur les ouvrages de planchers bas et les fondations.



Figure 3 : Vue de la toiture du gymnase.

COUVERTURE ET FAÇADE :

La membrane est réalisée à partir d'un tissu de fils polyester Haute Ténacité, enduit double face PVC. La couverture est constituée de modules indépendants correspondant chacun à une travée de charpente.

Le principe de fixation de chaque module de membrane textile assure une parfaite étanchéité à l'eau et à l'air pour permettre la mise en œuvre d'une centrale de traitement d'air.

1) ÉTUDE DE STRUCTURE : ÉTUDE DE L'ARBALÉTRIER.

Question 1 : Déterminer le degré d'hyperstaticité externe et le degré d'hyperstaticité interne de la structure telle que définie sur le modèle mécanique ci-dessous.

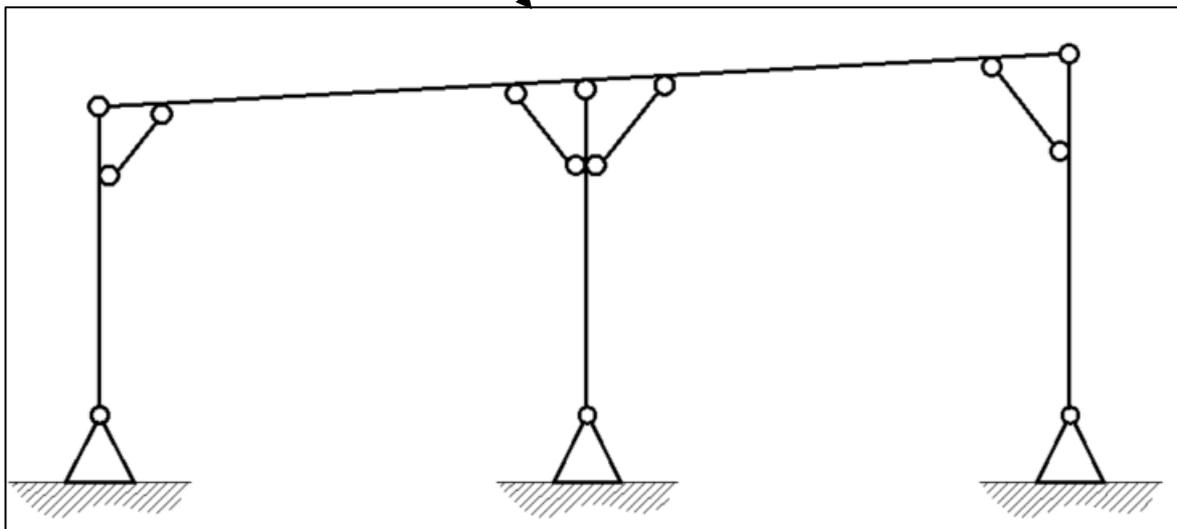
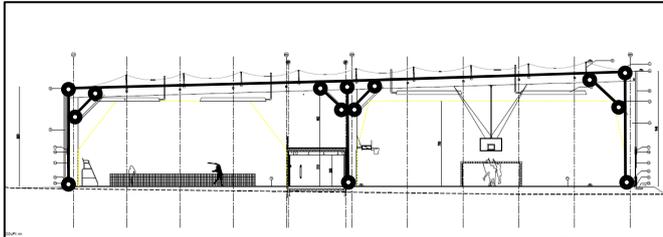


Figure 4 : Modèle mécanique du double portique.

L'étude se limite dans un premier temps à l'influence des charges de vent sur cette structure. La charge de vent sur la structure est donnée sur les schémas ci-dessous.

Action du vent descendante:

Sur le versant incliné : $w_1 = 0,740 \text{ kN/m}^2$.

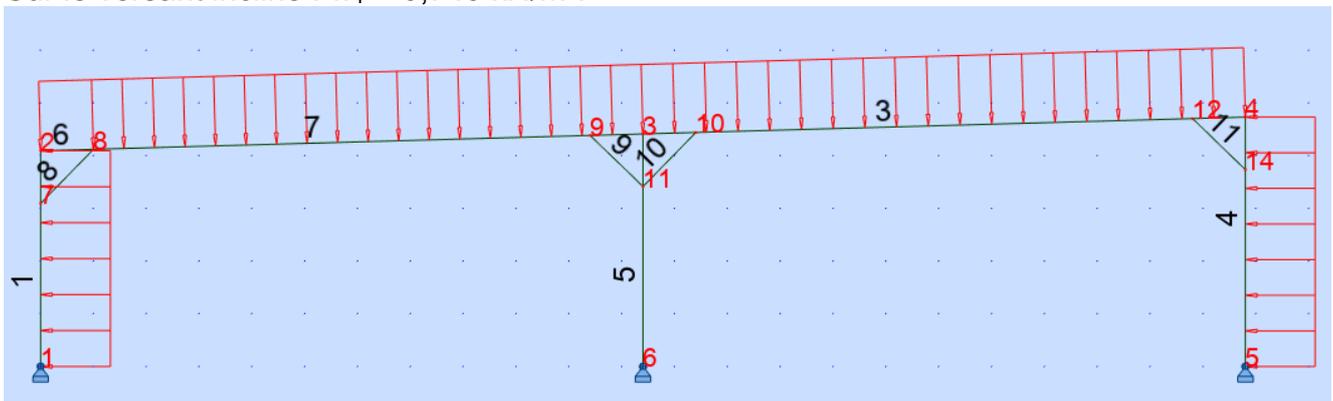


Figure 5 : Action du vent descendante.

Action du vent ascendante :

Sur le versant incliné $w_2 = 1,84 \text{ kN/m}^2$.

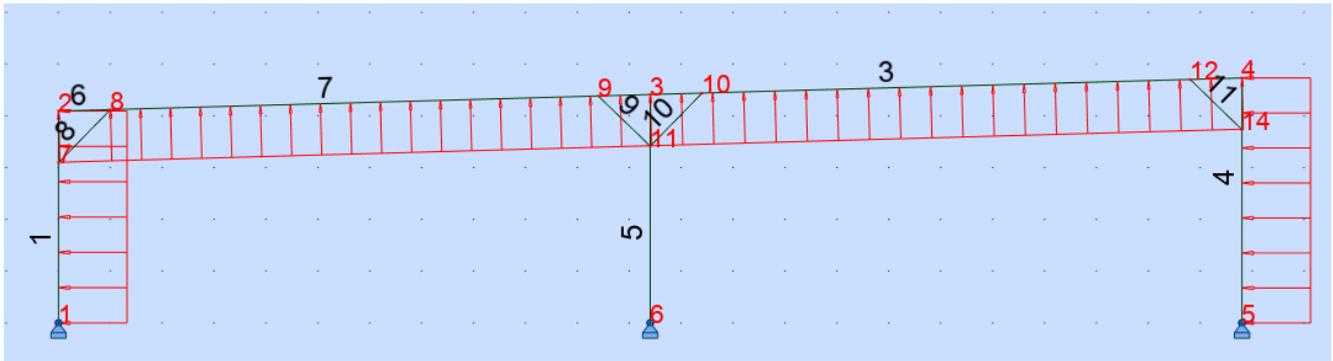


Figure 6 : Action du vent ascendante.

Question 2 : Les cas de charges de vent sont considérés à la fois ascendants et descendants. **A quel phénomène correspondent ces cas de charges de sens inverses ?**

Question 3 : Faut-il prendre en compte ces phénomènes et plus globalement la charge de vent dans le cas d'une structure en béton armé ? Dans le cas d'une structure métallique ? Expliquer pourquoi.

Question 4 : Les portiques sont espacés tous les 5,15 m. Pour les deux cas de charges de vent (ascendant et descendant), calculer les charges uniformément réparties à appliquer sur un portique.

Question 5 : À partir du tableau ci-dessous explicitant les valeurs des actions aux nœuds 8 et 9 ; exprimer les équations de N, V et M puis tracer le diagramme des sollicitations N, V et M sur la portion d'arbalétrier 8-9 (Barre 7 – longueur 18,807 m) en faisant apparaître les valeurs caractéristiques pour le cas de charge ci-dessous.

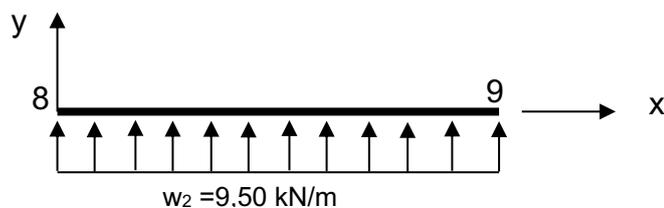


Figure 7 : Portion d'arbalétrier 8-9 (barre 7) de longueur 18,807 m.

Nœud sur Barre	Fx (kN)	Fy (kN)	Mz (kN.m)
8 sur 7	36,72	-74,72	-97,46
9 sur 7	-36,72	-103,95	372,42

$$M(x) = \frac{w_2}{2} x^2 - \frac{w_2 l}{2} x + M_w \left(1 - \frac{x}{l}\right) + M_e \frac{x}{l}$$

$$V(x) = -w_2 x + \frac{w_2 l}{2} + \frac{(M_w - M_e)}{l}$$

Dans ces formules, w_2 est considérée positive. M_w et M_e sont respectivement les moments fléchissants (positifs ici) sur les appuis de gauche et de droite de la travée. l est la longueur de la travée.

Question 6 :

Sous ce cas de charge, les valeurs maximales sur le tronçon 8-9 sont :

$$|V_{max}| = 103.95 \text{ kN} \quad \text{et} \quad |M_{max}| = 372.42 \text{ kN.m}$$

Le profil de la poutre en bois lamellé-collé est une poutre rectangulaire $h = 0.90 \text{ m}$ et $b = 0.24 \text{ m}$. Dans ce cas, les contraintes normales et tangentielles maximales s'expriment respectivement par :

$$|\sigma_{max}| = \frac{|N|}{b h} + \frac{|M_{max}|}{\left(\frac{I_{Gz}}{y_{max}}\right)} \quad \text{et} \quad |\tau_{max}| = \frac{3}{2} \frac{|V_{max}|}{b h}$$

où y_{max} représente la distance du centre de gravité de la section à la fibre extrême la plus éloignée et $I_{Gz} = \frac{b h^3}{12}$ le moment quadratique de la section rectangulaire.

À quel type de sollicitation est soumise cette section ?

Déterminer les contraintes normales et tangentielles maximales dans la poutre en lamellé-collé.

2) ÉTUDE DE LA STRUCTURE – CHOIX DU MATÉRIAU.

2.1) PARTIE 1 : ÉTUDE PRÉLIMINAIRE.

Afin de valider le choix du matériau pour la structure, nous allons faire une étude comparative entre différents matériaux.

Dans un souci de simplification, nous allons considérer que les poutres du double portique étudié précédemment peuvent être ramenées (en terme de comportement) à l'étude d'une poutre dont le modèle mécanique est fourni ci-après.

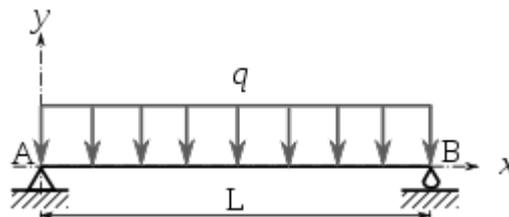


Figure 8 : Modèle mécanique de la poutre étudiée.

On considère une poutre sur 2 appuis simples, de longueur L, sollicitée en flexion dans son plan sous l'action d'une charge répartie q.

Question 7 : Montrer que l'équation littérale du moment fléchissant, entre A et B, vaut :

$$M_{fz}(x) = -\frac{q}{2} x^2 + \frac{q \cdot l}{2} x$$

Question 8 : Effectuer la double intégration du moment fléchissant ($E \cdot I \cdot y''(x) = M_{fz}(x)$) pour trouver l'équation de la déformée entre A et B (E représente le module d'élasticité longitudinale ou module d'Young du matériau, I le moment quadratique de la section de la poutre).

Question 9 : Déterminer la 1^{ère} constante résultant de l'intégration en écrivant que la déformée est nulle en A.

Question 10 : Déterminer la 2^{ème} constante résultant de l'intégration en écrivant que la pente de la déformée est nulle en $\frac{l}{2}$.

Question 11 : Déterminer l'expression littérale de la déformée maximale en $\frac{l}{2}$.

2.2) ÉTUDE 2 : COMPARAISON COMPÉTITIVITÉ BOIS - BETON.

Sur le plan structurel, nous allons chercher à prouver la compétitivité d'un matériau par rapport à un autre, ici, comparer le bois et le béton. Dans ce but, nous allons avoir recours à la méthode développée par Ashby pour effectuer cette analyse. Cette méthode permet de déterminer les matériaux adaptés à des performances données.

Même si le portique étudié précédemment est sollicité en flexion composée, nous considérerons par souci de simplification que les résultats de l'étude en flexion simple sont transposables à la flexion composée.

On considère donc la poutre rectangulaire sur 2 appuis simples soumise à une charge uniformément répartie q , étudiée précédemment :

- La force, la longueur et la largeur sont fixées.
- **La hauteur h est une variable de l'étude.**

L'aire de la section vaut donc $S = b \cdot h$. Le matériau constitutif de la poutre possède une masse volumique notée ρ .

L'objectif est de chercher le matériau permettant d'avoir la masse la plus faible de la poutre en ayant :

- une flèche qui n'excède pas δ_m
- une contrainte normale qui n'excède pas σ_f .

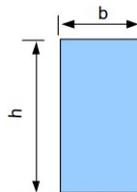


Figure 9 : Section de la poutre étudiée : b =fixée ; h =variable.

Question 12 : Exprimer la masse totale de la poutre m en fonction de sa section S , de sa longueur L et de la masse volumique ρ du matériau. En déduire l'expression de S en fonction de L , m et ρ .

ÉTUDE EN DÉFORMATION

Question 13 : En respectant la condition de déformation $|\delta_C| < \delta_m$, montrer que l'expression de la masse m peut s'écrire sous la forme de la fonction « objectif » suivante :

$$m > \frac{f(q, L, b, \delta_m)}{\frac{\sqrt[3]{E}}{\rho}}$$

$f(q, L, b, \delta_m)$ signifie « fonction de q, L, b, δ_m ».

Rappels : h variable ; b fixée ; m la plus faible ; L, b, q, δ_m spécifiées.

Pour la question 13, on prendra comme déformée maximale en C, milieu de AB : $|\delta_C| = \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 E I}$

avec $I = \frac{b h^3}{12}$.

Question 14 : À partir de l'expression littérale fournie à la question 13, traduire l'objectif « masse m la plus faible » en une condition sur les propriétés (E, ρ) du matériau à sélectionner : E doit-il être le plus élevé ou le plus faible possible ? ρ doit-elle être la plus élevée ou la plus faible possible ?

Question 15 : Montrer, sur le Document Réponse DR1, que le matériau BOIS est le matériau le plus performant vis-à-vis de cet objectif (joindre DR1 à votre copie).

ÉTUDE EN RÉSISTANCE

Question 16 : Le second objectif consiste à sélectionner le matériau qui donnera la masse minimale de la poutre m pour résister à la sollicitation de flexion maximale obtenue à partir du même modèle mécanique que précédemment. À partir de la condition $\sigma_{max} < \sigma_f$ (contrainte normale limite de flexion), montrer que l'expression de la masse m peut s'écrire sous la forme de la fonction « objectif » suivante :

$$m > \frac{g(q, L, b)}{\frac{\sqrt{\sigma_f}}{\rho}}$$

$g(q, L, b)$ signifie « fonction de q, L, b ».

Pour la question 16, on prendra comme expression de la contrainte normale maximale :

$$|\sigma_{max}| = \frac{M_{fz,max}}{\left(\frac{I}{y_{max}}\right)} \text{ avec } I = \frac{b h^3}{12} \text{ et } y_{max} = \frac{h}{2} \text{ pour une section rectangulaire.}$$

Le moment fléchissant maximal est à calculer avec l'équation fournie en question 7, valable entre A et B.

Question 17 : À partir de l'expression littérale fournie à la question 16, traduire l'objectif « masse m la plus faible » en une condition sur les propriétés (σ_f, ρ) du matériau à sélectionner : σ_f doit-elle être la plus élevée ou la plus faible possible ? ρ doit-elle être la plus élevée ou la plus faible possible ?

Question 18 : Montrer, sur le Document Réponse DR2, que le matériau BOIS est plus performant que le BETON vis-à-vis de cet objectif (joindre DR2 à votre copie).

Partie 2 – Matériaux et sols : biomimétisme.

Les structures à base de toiles textiles connaissent un succès grandissant ces dernières années. Désirant rompre avec une architecture massive, les concepteurs se tournent vers la nature et les formes souples et agréables qu'elle offre, dont l'équilibre répond souvent à des critères d'économie d'effort et de matière (radiolaire, ailes d'insecte).

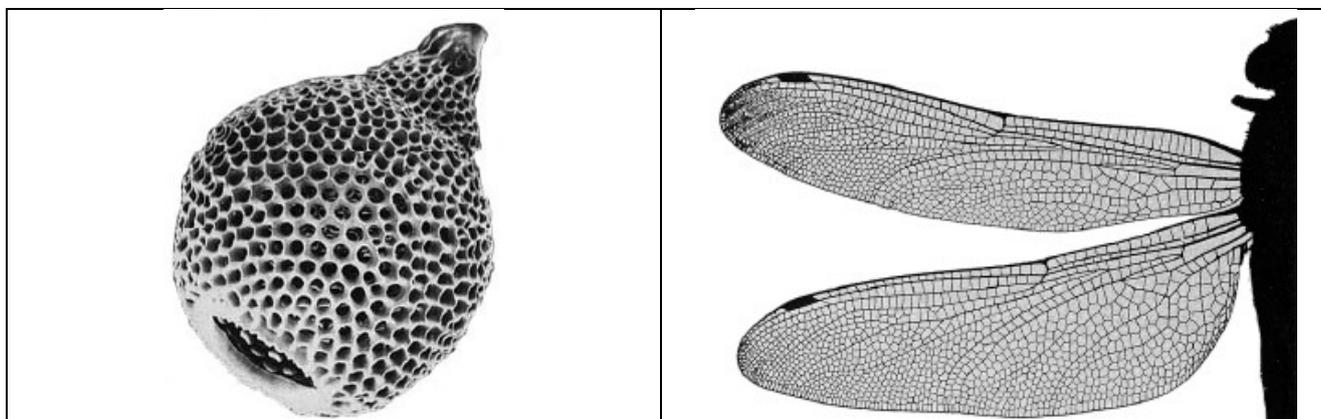


Figure 10 : Radiolaire (à gauche) et ailes d'insecte (droite).

Cet aspect ne peut être renforcé que par la mise au point de nouvelles fibres synthétiques aux performances élevées et donc par l'utilisation de matériaux conjuguant légèreté et résistance. Le premier thème de l'étude sera consacré à la membrane textile architecturale de la toiture et en particulier à la courbure qu'il convient de lui donner.



Figure 11 : Membrane textile architecturale de la toiture du gymnase.

Le biomimétisme sera également mis à l'honneur dans le domaine des sols et de la géotechnique. Qui aurait pensé qu'un jour ce secteur serait lui aussi concerné par cette nouvelle approche ? Et qu'une nouvelle génération de procédés et de solutions bio-géotechniques inspirés par la nature permettrait de consolider un sol ? Le procédé Biocalcis® est précurseur dans ce domaine et fera l'objet du deuxième thème de l'étude. Il s'agira en effet d'améliorer les caractéristiques mécaniques d'un remblai sans traitement à la chaux, mais au contraire d'utiliser un procédé à base de biocimentation.

2.1. Membrane textile architecturale : méthode de la chaînette.

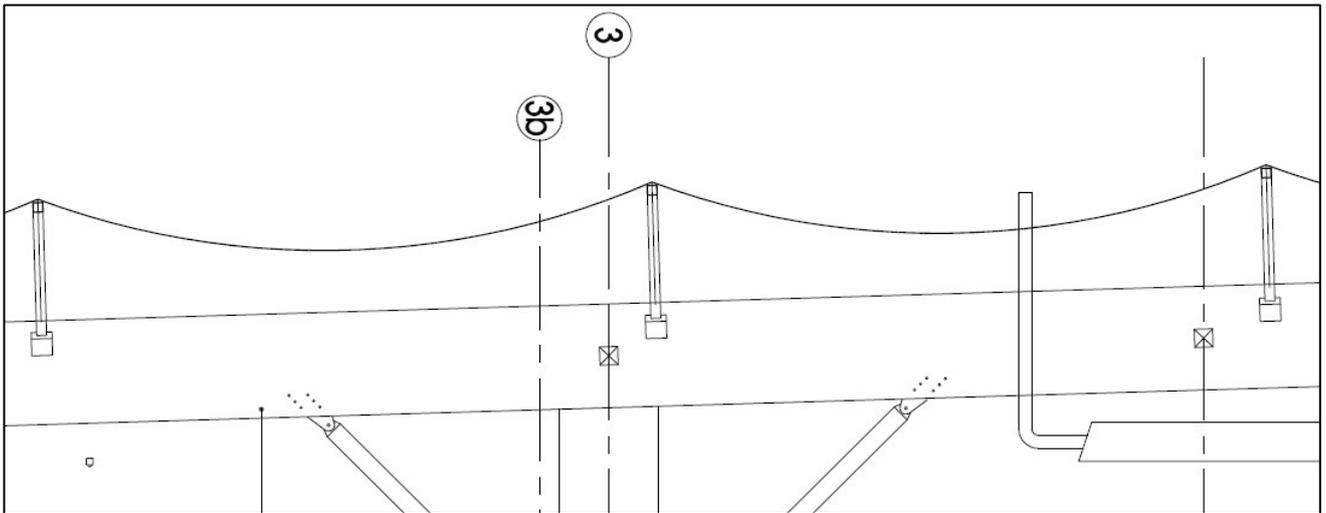


Figure 12 : Détail de la structure de la toiture.



Figure 13 : Courbure R1 étudiée : « chaînette ».

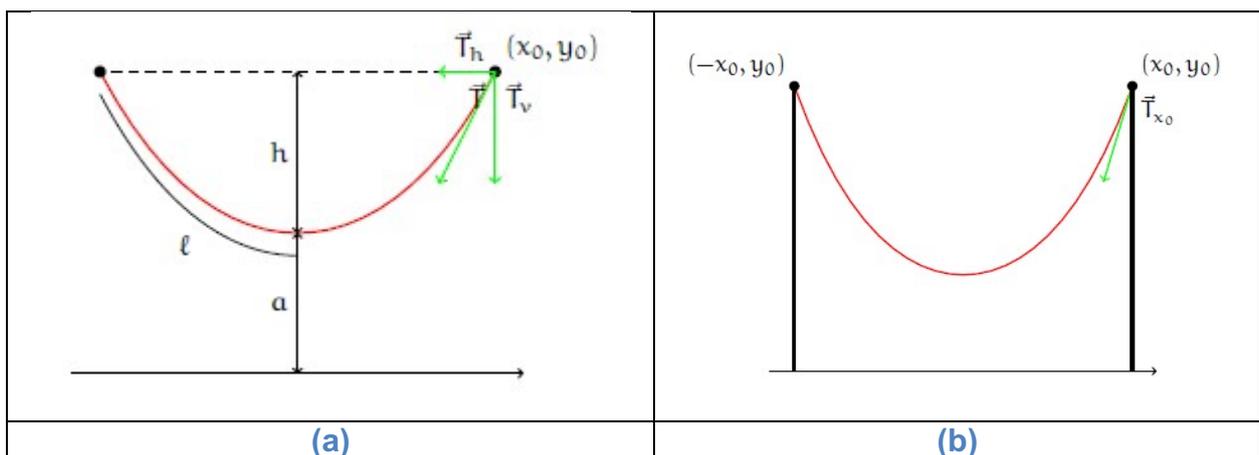


Figure 14 : Chaînette : notations.

La chaînette est le nom que porte la courbe obtenue en tendant une corde (ou un collier, un fil, une chaîne de tissu, etc) par deux extrémités.

Données :

- $y(x)$: équation de la chaînette : $y(x) = a \operatorname{ch}\left(\frac{x}{a}\right)$
- a : paramètre dépendant de la chaînette. On peut écarter plus ou moins les mains ou prendre des cordes de différentes longueurs.
- « ch » : cosinus hyperbolique : $\operatorname{ch}(t) = \frac{1}{2} (e^t + e^{-t})$
- $\lim_{t \rightarrow \infty} \operatorname{ch}(t) = +\infty$
- $(\pm x_0, y_0)$: coordonnées des points d'accroche de la chaînette
- ℓ : longueur de la portion de la chaînette de paramètre a entre le point le plus bas $(0, a)$ et le point d'abscisse x_0
- μ : masse linéique de la chaînette
- g : accélération gravitationnelle
- T_h : tension horizontale dans la chaînette : $T_h = \frac{(\ell^2 - h^2)}{2h} \mu g = a \mu g$
- T_v : tension verticale dans la chaînette : $T_v = T_h \operatorname{sh}\left(\frac{x_0}{a}\right)$
- « sh » : sinus hyperbolique : $\operatorname{sh}(t) = \frac{1}{2} (e^t - e^{-t})$
- $\lim_{t \rightarrow \infty} \operatorname{sh}(t) = +\infty$
- $\operatorname{ch}^2(t) - \operatorname{sh}^2(t) = 1$
- Dérivée de $\operatorname{ch}(t)$: $t' \operatorname{sh}(t)$
- Dérivée de $\operatorname{sh}(t)$: $t' \operatorname{ch}(t)$
- T : tension totale dans la chaînette : $T = \sqrt{T_h^2 + T_v^2}$

Question 19 : On se donne deux supports distants horizontalement de $2x_0$ (Figure 14(b)). Montrer que $T = T_h \operatorname{ch}\left(\frac{x_0}{a}\right)$.

Question 20 : Que vaut la tension si la chaînette est rectiligne horizontale ($h \rightarrow 0$) ?

La longueur de la portion de la chaînette de paramètre a entre le point le plus bas $(0, a)$ et le point d'abscisse x_0 est :

$$\ell = \int_0^{x_0} \sqrt{1 + (y'(x))^2} dx = a \operatorname{sh}\left(\frac{x_0}{a}\right)$$

Question 21 : Que vaut la tension T si la longueur de la chaînette est infinie ($x_0/a \rightarrow \infty$) ?

La tension totale dans la chaînette peut s'exprimer sous la forme :

$$T_{x_0}(a) = \mu g a \operatorname{ch}\left(\frac{x_0}{a}\right)$$

On souhaite rechercher quelle valeur de a permet de minimiser la tension totale dans la chaînette.

Question 22 : Calculer la dérivée de $T_{x_0}(a)$ par rapport à a . Lorsqu'elle est nulle, montrer qu'elle permet d'aboutir à une équation de la forme : $\operatorname{ch}(t) = t \operatorname{sh}(t)$ avec un paramètre t dont vous préciserez à quoi il est égal.

Sur $[0, +\infty[$, l'équation $ch(t) = t sh(t)$ a une unique solution τ dont une valeur approchée est $\tau = 1,2$.

Question 23 : En $a = x_0/\tau$, calculer la longueur de la chaînette ℓ et la hauteur idéale de la flèche h .

En $a = x_0/\tau$, après avoir intégré la charge linéique due au poids de la membrane et de la neige et moyennant certaines hypothèses simplificatrices, la tension totale dans la chaînette s'écrit finalement :

$$T_{x_0,\tau} = p \frac{x_0}{\tau} ch(\tau)$$

La charge linéique supportée par la chaînette se note : p .

L'aire de la section de la chaînette se note : A .

La résistance à la traction s'écrit : σ_t .

La masse volumique du matériau constituant la chaînette s'écrit : ρ .

Question 24 : Déterminer l'expression de la contrainte normale de traction σ dans la chaînette soumise à la tension totale $T_{x_0,\tau}$. Exprimer A en fonction de μ et ρ . Montrer que la masse linéique de la chaînette peut s'exprimer sous la forme de la fonction « objectif » suivante :

$$\mu > \frac{k(p, x_0, \tau)}{\frac{\sigma_t}{\rho}}$$

$k(p, x_0, \tau)$ signifie « fonction de p, x_0, τ »

Question 25 : À partir de l'équation littérale fournie précédemment, traduire l'objectif « masse linéique μ la plus faible » en une condition sur le rapport σ_t/ρ .

Le matériau employé en architecture textile est un composite multicouche orthotrope réalisé d'un tissé orthogonal de fibres synthétiques et d'une enduction plastique. Les fibres synthétiques peuvent être en **fibres de verre** ou **polyester**. L'objectif va être de comparer ces deux matériaux.

Question 26 : Comparer, sur le Document Réponse DR3, les performances des fibres de verre (GFRP) et du polyester (PET) vis-à-vis de l'objectif mentionné précédemment (joindre DR3 à votre copie).

2.2. Consolidation d'un sol par biocimentation : procédé Biocalcis®

Le rapport de sols prévoit la création d'une plateforme de travail en remblais nécessitant, du côté de la partie la plus haute, une protection par un enrochement ou un mur de soutènement. L'autre option envisagée ici consiste à améliorer les caractéristiques mécaniques du remblai dans la zone la plus haute, non pas par un traitement à la chaux, mais au contraire par un procédé mis au point par Soletanche Bachy, à base de biocimentation, dénommé Biocalcis®.

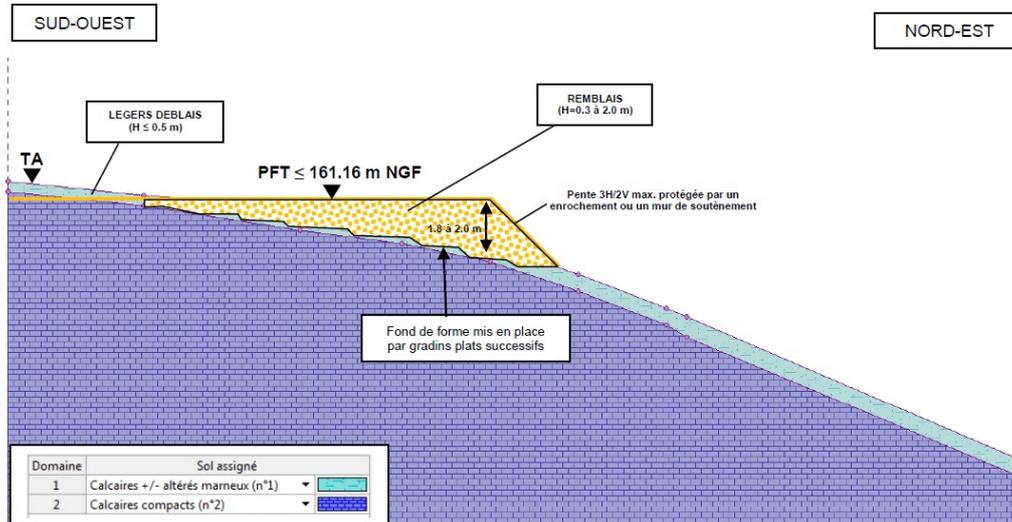


Figure 15 : Création de la plateforme de travail en remblais et légers déblais.



Figure 16 : Stromatolithes calcifiés dans un Parc National en Australie.

Ce procédé tire son inspiration de la formation de stromatolithes à la surface d'eaux salines, observée en Australie ou en France. La formation des cristaux de calcite est obtenue naturellement grâce à l'action d'une bactérie, en présence d'une solution calcifiante composée d'urée et de chlorure de calcium. Ces cristaux vont lier les grains de sable entre eux et augmenter la cohésion et la résistance mécanique. Le matériau obtenu est assimilable à un grès calcaire.

Dans le procédé Biocalcis®, après introduction d'une solution de bactéries, le cycle d'injection de solution calcifiante peut être répété plusieurs fois selon le taux de biocalcification recherché, le traitement complet étant terminé en moins d'une semaine. L'avantage de la biocimentation par injection est la localisation de la calcite dans les zones de contacts intergranulaires. La mise en œuvre ne nécessite qu'un nombre réduit de points d'injection car les solutions introduites sont fortement pénétrantes. En fonction du type de terrain, des espacements entre forages de l'ordre de 3 à 5 mètres sont envisageables.

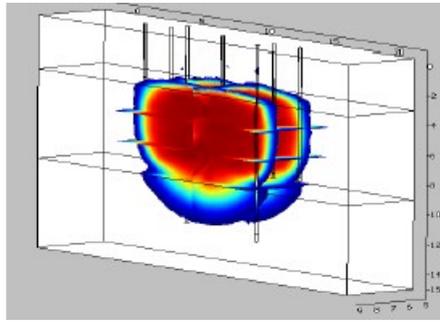


Figure 17 : Modélisation d'une injection Biocalcis® avec un maillage de 4m x 4m.

Données :

- Images de micro-tomographie des échantillons de sable biocimenté : annexe 1.
- L'angle de frottement au pic caractérise le début de la rupture.

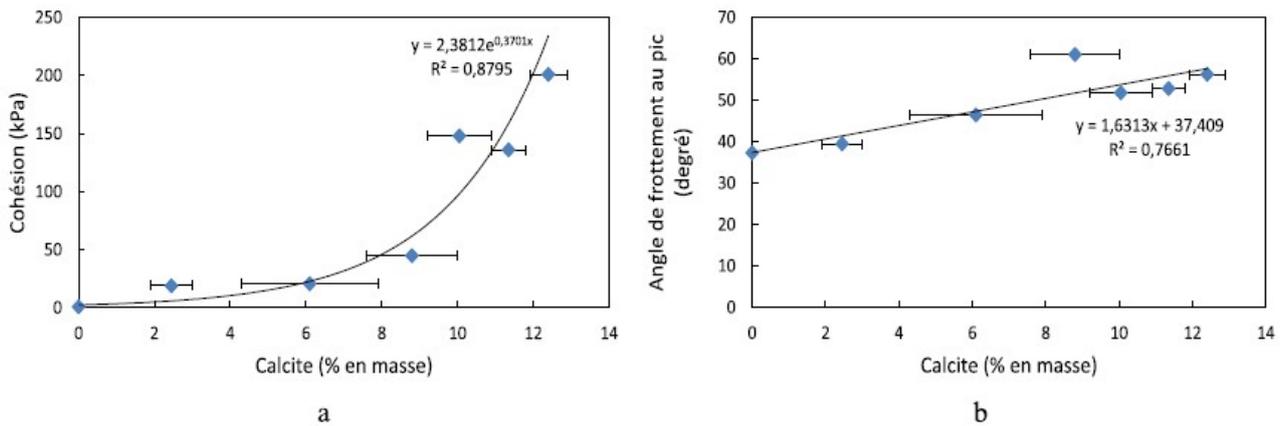


Figure 18 : Évolution des propriétés mécaniques d'un sable biocimenté en fonction du pourcentage de calcite précipitée en masse : (a) cohésion, (b) angle de frottement.

Question 27 : Quelles sont les principales techniques d'amélioration des sols que vous connaissez ?

Question 28 : En examinant les courbes de la Figure 18, comparer les évolutions respectives de la cohésion et de l'angle de frottement au pic en fonction du pourcentage de calcite précipitée.

Question 29 : D'après les auteurs de l'étude, une valeur de cohésion de l'ordre de 20 kPa permet d'empêcher fortement le phénomène d'érosion interne grâce à l'attachement des grains. À quel pourcentage de calcite une cohésion de 20 kPa correspond-elle ?

Question 30 : D'après la description fournie, quel phénomène microstructural explique la très bonne efficacité mécanique du procédé Biocalcis® se traduisant par une forte augmentation de cohésion ?

Question 31 : Contrairement à d'autres procédés d'injection fortement intrusifs, la biocalcification ne modifie pas significativement la perméabilité du matériau traité. En quoi cette remarque est-elle importante pour un sol ?

Question 32 : La biocalcification est également utilisée comme traitement anti-liquéfaction des sols à risques. Au cours de quel phénomène naturel parfois dramatique le phénomène de liquéfaction d'un sol peut-il survenir ?

Partie 3 – Qualité des ambiances : thermique et acoustique.

Quelques éléments de confort du gymnase dans son environnement et en fonction de son usage vont être traités. Il s'agira d'analyser et de valider quelques solutions technologiques liées à des besoins de confort dans l'utilisation quotidienne du gymnase:

- dans le domaine de l'eau chaude sanitaire distribuée par un réseau soumis à des échanges thermiques (déperditions);
- dans le domaine du confort acoustique.

L'étude thermique porte sur le calorifugeage du réseau de distribution d'eau chaude sanitaire. Dans le CCTP, il est précisé que « **Les tuyauteries du réseau d'eau chaude sanitaire passant en local non chauffé, vide technique, etc, seront calorifugées par un isolant élastomère à structure cellulaire fermée d'épaisseur 19 mm minimum. L'isolant devra être à potentiel de déplétion ozonique nul.** ». L'étude envisagée devra notamment permettre de valider cette épaisseur de 19 mm.

L'étude acoustique porte sur l'optimisation du temps de réverbération du gymnase, en proposant un traitement acoustique agissant sur le coefficient d'absorption acoustique de la salle. Les objectifs sont de favoriser les échanges verbaux entre utilisateurs et d'assurer une pratique sportive plus sereine.

3.1. Thermique d'un tube cylindrique du réseau d'eau chaude du gymnase.

On considère dans un premier temps un tube cylindrique de longueur unitaire, non isolé, dont les caractéristiques géométriques sont définies ci-dessous.

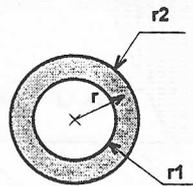


Figure 19 : Tube cylindrique sans isolant.

La température de surface intérieure du tube est notée θ_{s1} et la température de surface extérieure θ_{s2} ($\theta_{s1} > \theta_{s2}$). En considérant le régime stationnaire, l'équation générale de la chaleur, en terme de conduction, peut se ramener à :

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{d\theta(r)}{dr} \right) = 0$$

- θ est la température
- r est le rayon du point considéré

Question 33 : Montrer que $\theta(r) = A \ln(r) + B$ satisfait l'équation générale de la chaleur, exprimée en terme de conduction, en régime stationnaire.

Question 34 : Déterminer A et B à partir de deux conditions aux limites faisant intervenir θ_{s1} , θ_{s2} , r_1 et r_2 . Exprimer ensuite $\theta(r)$ en fonction r , r_1 , r_2 , θ_{s1} , θ_{s2} .

Le flux de conduction thermique radial Φ traversant le tube cylindrique de l'intérieur vers l'extérieur pour 1 m de longueur s'écrit :

$$\Phi = -2 \pi r \lambda \frac{d\theta(r)}{dr} \text{ avec } \frac{d\theta(r)}{dr} = \frac{(\theta_{s1} - \theta_{s2})}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \frac{1}{r}$$

Question 35 : En écrivant la conservation du flux thermique entre r_1 et r_2 , déterminer l'expression de la résistance thermique du tube par unité de longueur en conduction R_{cond} .

On considère maintenant un tube cylindrique en cuivre écroui (coefficient de conductivité thermique noté λ_{cu}), entouré d'un isolant élastomère (coefficient de conductivité thermique noté λ_{is}), dont les caractéristiques géométriques sont données ci-dessous.

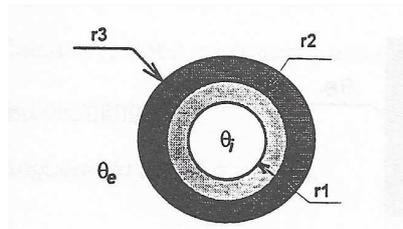


Figure 20 : Tube cylindrique avec isolant.

La température à l'intérieur du tube est notée θ_i . La température extérieure est notée θ_e . Le coefficient d'échange surfacique de l'isolant avec l'ambiance extérieure est noté h_e . Le coefficient d'échange surfacique entre l'eau circulant dans le tube et le cuivre écroui est noté h_f . La résistance thermique totale du tube par unité de longueur s'exprime par :

$$R_t = \frac{1}{2 \pi h_f r_1} + \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2 \pi \lambda_{cu}} + \frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2 \pi \lambda_{is}} + \frac{1}{2 \pi h_e r_3}$$

Question 36 : h_e est-il lié à un échange thermique par conduction, par convection ou par rayonnement ? Pourquoi peut-on considérer $h_f \gg h_e$ et donc négliger le terme $1/(2 \pi h_f r_1)$ dans la suite de l'étude ? Vous argumenterez vos réponses.

On fournit les valeurs numériques suivantes :

$h_e = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$; $\lambda_{cu} = 380 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; $\lambda_{is} = 0.040 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; $\theta_i = 70^\circ\text{C}$; $\theta_e = 0^\circ\text{C}$;
diamètre intérieur tube cuivre = 33 mm ; diamètre extérieur tube cuivre = 35 mm .

Le CCTP impose une résistance thermique par unité de longueur au moins égale à : $3,5 \text{ m} \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$.

Question 37 : Calculer l'épaisseur minimale d'isolant pour respecter la résistance thermique fixée par le CCTP. L'épaisseur minimale de 19 mm évoquée plus haut est-elle atteinte ?

Question 38 : Calculer la température à l'interface entre le tube en cuivre et l'isolant. Conclure sur cette valeur.

Question 39 : L'isolant doit être à « potentiel de déplétion ozonique nul ». Comment pourriez-vous reformuler cette expression pour la rendre plus explicite ?

3.2. Confort acoustique du gymnase.

Le gymnase va faire l'objet d'un traitement acoustique pour améliorer le confort des sportifs et du public. Il est caractérisé par les informations suivantes.

Notation	Signification	Valeur numérique
V	Volume du gymnase	13600 m ³
S	Surface des parois horizontales et verticales du gymnase : $S = S_0 + S_{trait}$.	4700 m ²
S_0	Surface de parois ne pouvant recevoir aucun traitement acoustique.	
S_{trait}	Surface de parois pouvant bénéficier d'un traitement acoustique.	660 m ²
α_0	Coefficient d'absorption acoustique moyen du gymnase avant traitement acoustique.	

Plus globalement, le temps de réverbération TR (s) d'une salle peut se calculer en fonction du volume V (m^3), de la surface S (m^2) et du coefficient d'absorption acoustique moyen α_0 à l'aide de deux formules : la formule d'Eyring, qui est la plus précise, et la formule simplifiée de Sabine, qui est la plus utilisée.

A (m^2) représente l'aire d'absorption équivalente de la salle.

Un coefficient d'absorption acoustique de 0 signifie une réverbération complète des ondes sonores par le matériau.

Un coefficient d'absorption acoustique de 1 signifie une absorption complète des ondes sonores par le matériau.

Formule d'Eyring :
$$TR = 0,16 \frac{V}{-s \ln(1-\alpha_0)}$$

Formule de Sabine :
$$TR = 0,16 \frac{V}{A} = 0,16 \frac{V}{\alpha_0 S}$$

Question 40 : On donne $\ln(1-x) \approx -x$ lorsque $x \rightarrow 0$. À quelle condition liée au coefficient d'absorption acoustique la formule de Sabine constitue-t-elle une approximation acceptable de celle d'Eyring ?

Question 41 : Lorsque le coefficient d'absorption acoustique tend vers 1, vers quelle valeur doit tendre le temps de réverbération ? Dans ce cas limite, comparer les estimations des formules d'Eyring et de Sabine.

La suite du questionnaire fait exclusivement appel à la formule simplifiée de Sabine.

Le traitement acoustique engendre une nouvelle aire d'absorption équivalente du gymnase, notée A_{cible} , de façon à obtenir le temps de réverbération visé TR_{cible} . On introduit également la grandeur $\Delta A = A_{cible} - A$. Le coefficient d'absorption moyen du dispositif de traitement acoustique se note α_{trait} .

Question 42 : Exprimer A_{cible} en fonction de α_0 , S_0 , α_{trait} , S_{trait} et A en fonction de α_0 , S_0 , S_{trait} . Montrer que α_{trait} peut s'exprimer sous la forme :

$$\alpha_{trait} = \alpha_0 + \frac{\Delta A}{S_{trait}}$$

Question 43 : Compléter le tableau du Document Réponse DR4 (joindre DR4 à votre copie). Quelles sont les bandes de fréquences à traiter en priorité pour atteindre les objectifs en matière d'absorption acoustique ?

La figure suivante montre l'allure de la variation du coefficient d'absorption, en fonction de la fréquence, de trois types de dispositifs acoustiques absorbants utilisés pour la correction acoustique de salles. Le résonateur est communément appelé résonateur de Von Helmholtz, du nom de son inventeur.

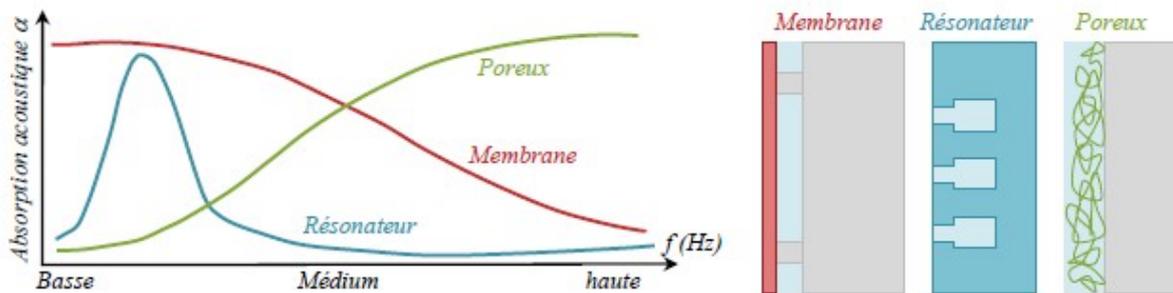


Figure 21 : Comparaison de l'évolution du coefficient d'absorption de trois dispositifs acoustiques en fonction de la fréquence.

Question 44 : Sur le Document Réponse DR5, pour les trois dispositifs acoustiques présentés, expliquer les phénomènes physiques mis en jeu, le choix du dispositif en fonction de la fréquence à traiter et des contraintes d'utilisation du gymnase. Citer également d'autres contraintes qui auraient pu être prises en compte (joindre DR5 à votre copie).

ANNEXE

Annexe 1 : Images de micro-tomographie des échantillons de sable biocimenté : (a) sable non-traité, (b) sable traité à 5% de calcite, (c) sable traité à 7% de calcite.

