

Le problème traite de circuits électroniques utilisés pour la mise en œuvre d'une liaison optique en espace libre. Comme on peut le voir sur la figure 1, cette liaison optique utilise pour l'émission du flux lumineux une diode électroluminescente (DEL), et pour la réception une photodiode (PD).

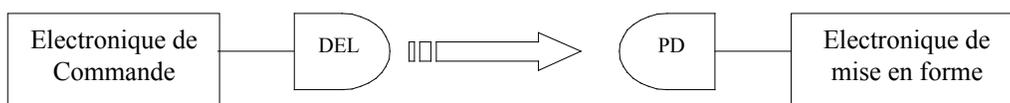


Figure 1.

Le problème est constitué de *deux parties quasi-indépendantes*.

Il est fortement recommandé de *lire la totalité de l'énoncé* avant de commencer à traiter le problème.

On notera que *les questions sont dans une large mesure indépendantes les unes des autres*.

Enfin, dans l'ensemble du problème, on adoptera pour tous les composants de type « diode » (diode signal, diode électroluminescente ou photodiode) les mêmes conventions électriques que celles d'une diode classique. Ces conventions sont rappelées à la figure 2.

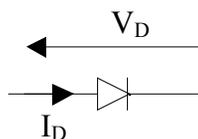


Figure 2.

# 1 Electronique de commande de la DEL.

## 1.1 Etude du circuit de la figure 3.

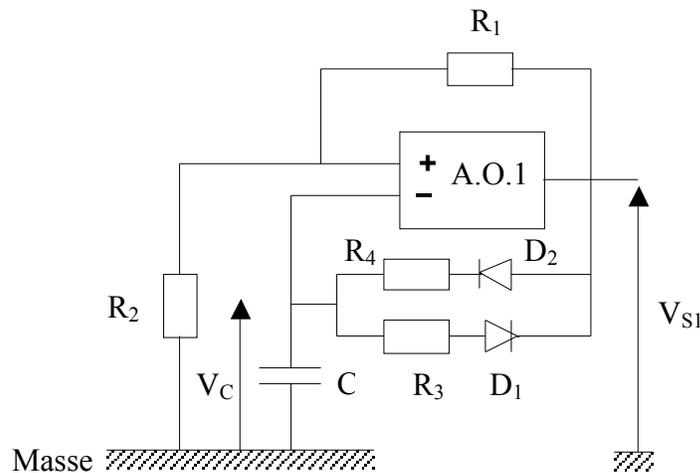


Figure 3.

On considère le circuit de la figure 3. L'amplificateur opérationnel (A.O.1) ainsi que les diodes  $D_1$  et  $D_2$  sont supposés idéaux. Les tensions de saturation de l'A.O.1 sont confondues avec ses tensions d'alimentation  $+V_{CC}$  et  $-V_{CC}$ .

On prendra dans toute cette partie  $V_{CC} = 15 \text{ Volts}$ .

1.1.1 Justifier sans calculs que l'A.O.1 fonctionne en régime de saturation.

1.1.2 On choisit  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ . Calculer la valeur de  $R_2$  pour que, lorsque  $V_{S1}(t) = V_{CC}$ , la tension à la borne + de l'A.O.1 par rapport à la masse, notée  $V^+$ , soit égale à  $V_{CC}/2$ .

On suppose qu'initialement ( $t = 0$ ) le condensateur  $C$  est complètement déchargé et que  $V_{S1}(0) = -V_{CC}$ .

On notera  $\tau_1 = R_4 C$  et  $\tau_2 = R_3 C$  et on supposera que  $\tau_1 > \tau_2$ .

1.1.3 Déterminer l'état des diodes  $D_1$  et  $D_2$  tant que  $V_{S1} = -V_{CC}$ .

1.1.4 Déterminer l'expression de la tension aux bornes du condensateur,  $V_C(t)$ , jusqu'à l'instant  $t = t_1$ , du premier changement d'état de l'A.O.1.

1.1.5 En déduire l'expression de  $t_1$  en fonction de  $\tau_2$ .

- 1.1.6 Déterminer l'expression de  $V_C(t)$  de  $t_1$  à  $t_2$ , où  $t_2$  est l'instant du deuxième changement d'état de l'A.O.1.
- 1.1.7 En déduire l'expression de  $t_2 - t_1$  en fonction de  $\tau_1$ .
- 1.1.8 Déduire des résultats précédents l'expression de la période  $T$  et du rapport cyclique du signal  $V_{S1}(t)$  en fonction de  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$ . On supposera  $\tau_2 = 0,5\tau_1$ .
- 1.1.9 Applications numériques : en choisissant  $C = 10 \text{ nF}$ , calculer les valeurs de  $R_3$  et  $R_4$  pour avoir  $T = 0,1 \text{ ms}$  et  $\tau_1 = 0,1$ .
- 1.1.10 Représenter graphiquement sur le document-réponse DR1 les allures de  $V_{S1}(t)$  et  $V_C(t)$ .

## 1.2 Etude du circuit de la figure 4.

Dans cette partie 1.2, on étudie le montage de la figure 4 où l'amplificateur opérationnel **A.O.2** est supposé parfait.

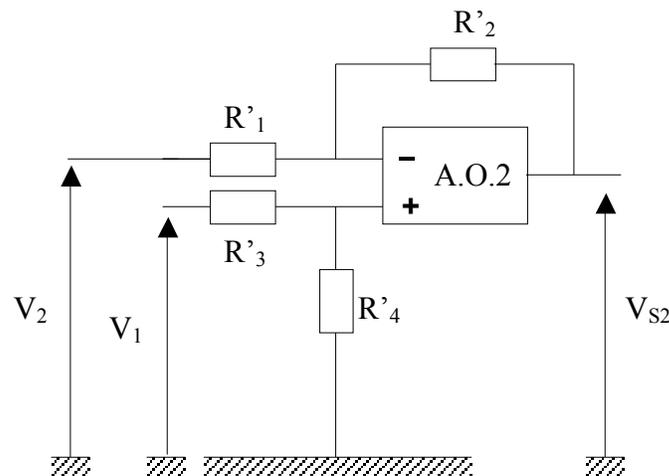


Figure 4.

- 1.2.1 Calculer l'expression de  $V_{S2}(t)$  en fonction de  $V_1(t)$ ,  $V_2(t)$  et des résistances  $R'_1$ ,  $R'_2$ ,  $R'_3$  et  $R'_4$ .
- 1.2.2 Comment choisir  $R'_1$ ,  $R'_2$ ,  $R'_3$  et  $R'_4$  pour que  $V_{S2}(t) = V_1(t) - V_2(t)$  ?
- 1.2.3 En supposant que  $V_1(t)$  est une source de tension variable parfaite égale à  $V_{S1}(t)/6$  et que  $V_2(t)$  est une source de tension continue parfaite égale à  $V_{20}$ , quelle valeur donner à  $V_{20}$  pour que la tension  $V_{S2}(t)$  ait l'allure donnée dans le document-réponse DR1 ?

*Dans la suite du problème,  $V_{S2}(t)$  a l'allure du signal représenté sur le document-réponse DR1.*

### 1.3 Mise en œuvre de la DEL

Pour émettre le rayonnement optique, on utilise une diode électroluminescente (DEL). Le principe de fonctionnement d'une DEL est le suivant :

- Lorsque la diode est polarisée en direct, elle émet un flux lumineux **proportionnel** au courant la traversant. Le rapport de proportionnalité entre le flux émis (en watts) et le courant traversant la diode (en ampère) est de 0,01 W/A.
- Lorsque la diode est polarisée en inverse, elle n'émet aucun rayonnement optique.

La caractéristique électrique de la DEL est donnée sous forme graphique à la figure 5. On notera qu'en polarisation directe  $V_D = 2$  Volts.

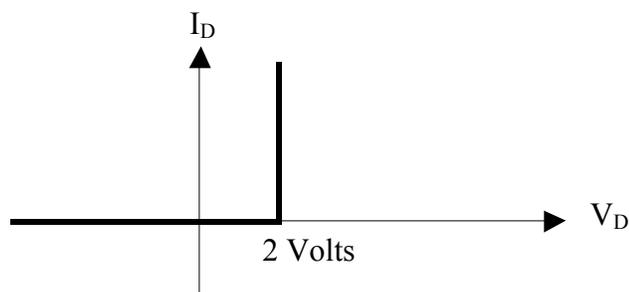


Figure 5.

Dans les questions 1.3.1 à 1.3.4. qui suivent, on cherche à dimensionner les composants mis en oeuvre dans le circuit de la figure 6. Ce circuit permet d'assurer une émission correcte du flux lumineux  $E(t)$  émis par la DEL, D.

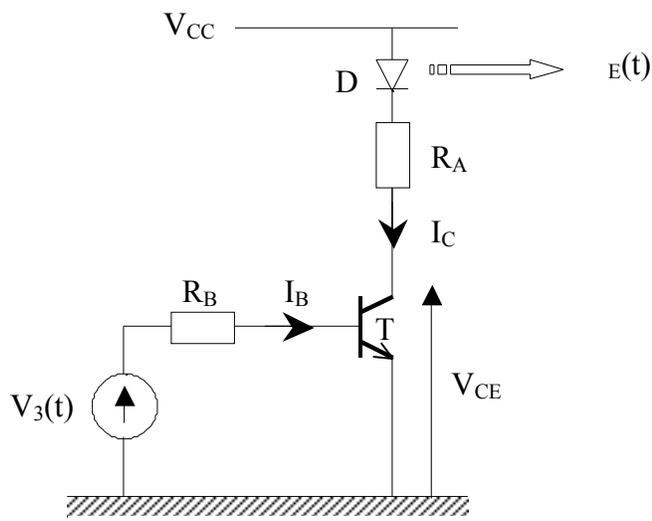


Figure 6

On supposera en outre que :

- $V_3(t)$  est une source de tension parfaite égale à la tension  $V_{S2}(t)$  représentée sur le document-réponse DR1.
- le transistor T fonctionne en interrupteur commandé selon le modèle suivant :

$$\begin{cases} V_{CE} = V_{BE} = 0 & \text{lorsque } 0 < I_B < 50I_C \quad (\text{transistor saturé i.e. interrupteur fermé}) \\ I_C = 0 & \text{lorsque } I_B = 0 \quad (\text{transistor bloqué i.e. interrupteur ouvert}) \end{cases}$$

- 1.3.1 Calculer  $R_A$  pour que l'intensité du courant  $I_C(t) = 1$  Ampère lorsque le transistor T est saturé.
- 1.3.2 En déduire un choix possible de  $R_B$ .
- 1.3.3 Représenter graphiquement les courants  $I_B(t)$  et  $I_C(t)$ , ainsi que le flux lumineux généré par la DEL,  $I_E(t)$ , sur le document réponse DR2.

#### **1.4 Dimensionnement des composants du montage de la figure 6.**

Calculer littéralement puis numériquement les puissances moyennes suivantes :

- 1.4.1  $P_D$ , la puissance dissipée dans la diode.
- 1.4.2  $P_T$ , la puissance dissipée dans le transistor.
- 1.4.3  $P_{RA}$  et  $P_{RB}$ , respectivement les puissances dissipées dans les résistances  $R_A$  et  $R_B$ .
- 1.4.4  $P_{VCC}$ , puissance fournie par l'alimentation.

## 2 Mise en forme du signal détecté par la photodiode.

Côté réception, le flux lumineux est converti en courant électrique grâce à une photodiode (PD). Ce composant peut être assimilé à une diode dont les caractéristiques  $I_{PD}(V_{PD})$  dépendent du flux lumineux, noté  $\Phi_R$ , qu'elle intercepte.

Pour caractériser ce comportement « photoélectrique » du composant, on donne :

- sur la figure 7, une partie du réseau des caractéristiques graphiques (sans respect des échelles)  $I_{PD}(V_{PD})$  pour différents flux lumineux  $\Phi_R$  de valeurs 0 mW, 1 mW, 2 mW et 3 mW. On constatera que ces caractéristiques sont toutes confondues lorsque  $V_{PD} = 0,6$  Volts et qu'elles sont parallèles entre elles pour  $V_{PD} > 0,6$  Volts)
- le modèle analytique de la caractéristique  $I_{PD}(V_{PD})$  pour  $\Phi_R = 1$  mW :
 
$$\begin{cases} I_{PD} = -0,1 \cdot 10^{-3} + 10^{-9} \cdot V_{PD} & \text{lorsque } V_{PD} > 0,6 \\ V_{PD} = 0,6 & \text{lorsque } I_{PD} < 0,1 \cdot 10^{-3} \end{cases}$$
 ( $I_{PD}$  s'exprime en Ampères et  $V_{PD}$  en Volts).
- sur la figure 8, le schéma électrique équivalent petits signaux de la photodiode lorsque  $V_{PD} < 0,6$  Volts.
  - On note  $\tilde{V}_{PD}(p)$ ,  $\tilde{\Phi}_R(p)$  et  $\tilde{I}_{PD}(p)$  les grandeurs de Laplace correspondant respectivement à  $V_{PD}(t)$ ,  $\Phi_R(t)$  et à la partie de  $I_{PD}(t)$  dépendante du flux.
  - On supposera dans tout le problème :  $\tilde{I}_{PD} = K \tilde{\Phi}_R$ , où  $K$  est une constante.
  - Enfin, on note  $Z_i$ , l'impédance interne de la photodiode correspondant à l'association de  $R_i$  en parallèle avec  $C_i$ .

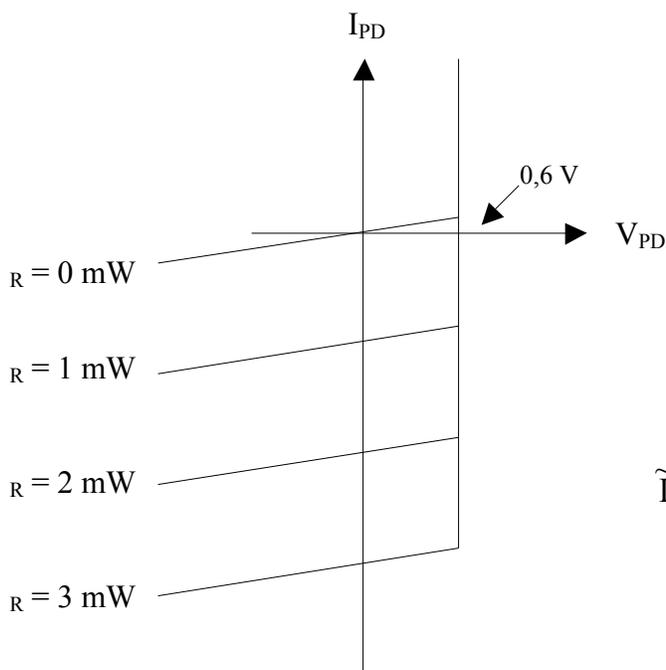


Figure 7.

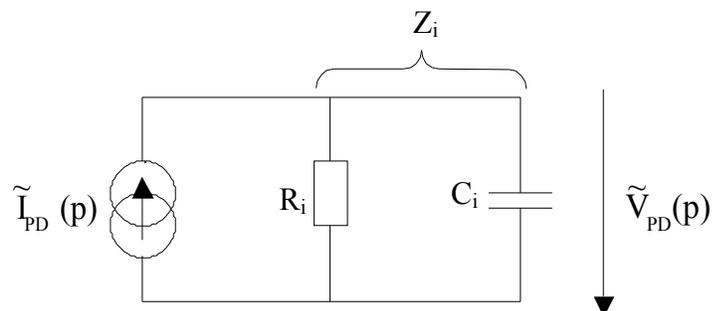


Figure 8.

## 2.1 Etude simplifiée du circuit de la figure 9.

La photodiode, PD, est mise en œuvre dans le montage de la figure 9.

Dans cette partie 2.1, l'A.O.3 sera supposé parfait et l'impédance interne de la photodiode,  $Z_i$ , infinie.

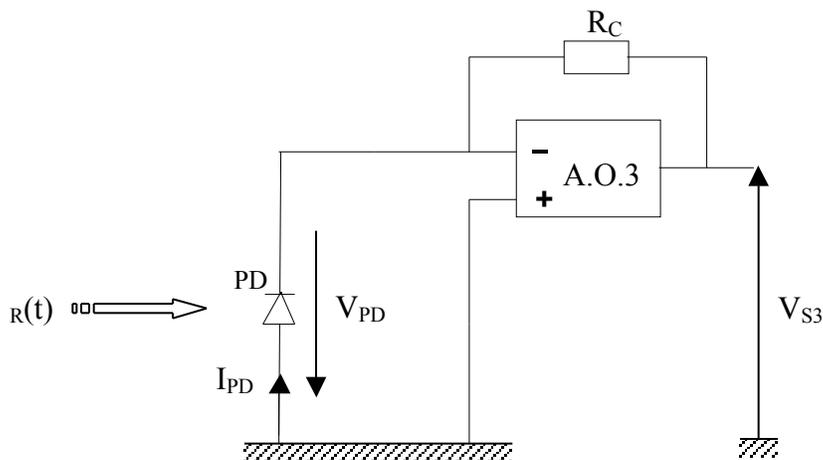


Figure 9.

2.1.1 Donner l'expression de  $V_{S3}$  en fonction de  $I_{PD}$ , courant traversant la photodiode PD.

2.1.2 Dans le cas particulier où le flux intercepté par la PD,  $R(t)$ , est constant et vaut 1 mW, calculer la résistance  $R_C$  pour avoir  $V_{S3} = 5$  Volts.

*Dans la suite du problème, on conservera la valeur de  $R_C$  calculée à la question précédente.*

2.1.3 Dans le cas où  $R(t) = E(t)/10$ , où  $E(t)$  est le flux émis par la DEL dont les variations ont été déterminées à la question 1.3.3 (ou cf. document réponse DR2), représenter graphiquement  $V_{S3}(t)$  sur le document-réponse DR2.

## 2.2 Réponse en fréquence du montage de la figure 9.

Dans cette partie 2.2, on se place dans le cas particulier du régime sinusoïdal petits signaux et on suppose l'impédance  $Z_i$  finie et l'A.O.3 parfait excepté sa fonction de transfert qui est donnée dans le formalisme de Laplace par :

$$\frac{\tilde{V}_{S3}(p)}{\tilde{V}^-(p)} = \frac{H_0}{1 + \frac{p}{\omega_0}}$$

où  $\tilde{V}^- = V^+ - V^-$ ,  $V^+$  et  $V^-$  désignant respectivement les tensions aux bornes + et - de l'A.O.3 par rapport à la masse, et  $\omega_0$  désigne une pulsation caractéristique de l'A.O.3.

2.2.1 Déterminer l'expression de  $Z_i(p)$ .

2.2.2 Déterminer la valeur numérique de  $R_i$ .

2.2.3 Déterminer la valeur numérique de la constante  $K = \frac{\tilde{I}_{PD}(p)}{\tilde{r}(p)}$ .

2.2.4 Montrer que la fonction de transfert  $\tilde{F}(p) = \frac{-\tilde{V}_{S3}(p)}{R_C \tilde{I}_{PD}(p)}$  peut se mettre sous la forme

d'une fonction de transfert du second ordre du type  $\frac{1}{1 + 2 \frac{p}{\omega_1} + \left(\frac{p}{\omega_1}\right)^2}$ .

2.2.5 En remarquant que  $R_i \gg R_C$ , déterminer l'expression approchée de  $\omega_1$  en fonction de  $H_0$ ,  $\omega_0$ ,  $R_C$  et  $C_i$ .

2.2.6 Applications numériques : en choisissant  $C_i = 100$  pF,  $H_0 = 10^5$  et  $\omega_0 = 63$  rd/s, calculer  $\omega_1$ .

2.2.7 Avec les valeurs de  $\omega_1$  et  $\omega_0$  calculées à la question précédente et en s'aidant des formules données en annexe, représenter sur le papier semi-log (document-réponse DR3) les diagrammes de Bode asymptotiques et les allures des diagrammes de Bode réels de  $\tilde{F}(j\omega)$ .

### 2.3 Amélioration de la réponse en fréquence.

La réponse en fréquence,  $\tilde{F}(j\omega)$ , n'étant pas satisfaisante, notamment à cause des trop fortes variations du gain dans la bande-passante, on se propose de rajouter sur le montage de la figure 9 une capacité  $C_C = 10$  nF en parallèle avec la résistance  $R_C$ .

2.3.1 Montrer que  $\tilde{F}(j\omega)$  peut alors se mettre approximativement sous la forme d'une fonction de transfert du type  $\frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_c} \left(1 + \frac{j\omega}{H_0 \omega_0}\right)}$ .

2.3.2 Déterminer l'expression de  $\omega_c$  en fonction de  $R_C$  et  $C_C$  et calculer sa valeur.

2.3.3 Comparer le comportement de  $\tilde{F}(j\omega)$  (en gain et en phase) par rapport à celui obtenu dans la partie 2.2.

## 2.4 Filtrage.

On cherche à ne garder que le premier harmonique de la tension  $V_{S3}(t)$  établie à la question 2.1.3. (ou cf. document réponse DR2) en supposant que l'approche petits signaux reste valable pour chaque harmonique de la tension  $V_{S3}(t)$ .

On rappelle l'équivalence étoile-triangle : le circuit de la figure 10a est équivalent à celui de la figure 10b à condition que les admittances  $Y_{AB}$ ,  $Y_{AC}$  et  $Y_{BC}$  vérifient, en fonction des impédances  $Z_A$ ,  $Z_B$  et  $Z_C$ , les relations suivantes :

$$\begin{cases} Y_{AB} = Z_C / (Z_A Z_B + Z_A Z_C + Z_B Z_C) \\ Y_{AC} = Z_B / (Z_A Z_B + Z_A Z_C + Z_B Z_C) \\ Y_{BC} = Z_A / (Z_A Z_B + Z_A Z_C + Z_B Z_C) \end{cases}$$

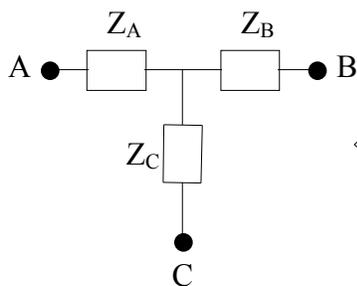


Figure 10a.

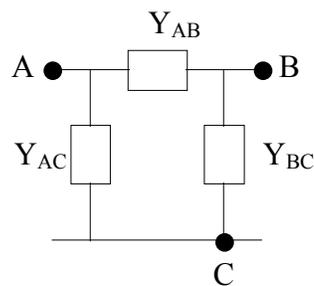
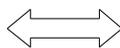


Figure 10b.

2.4.1 En s'aidant de l'équivalence étoile-triangle, montrer que le montage de la figure 11a est équivalent à celui de la figure 11b et déterminer l'expression de l'impédance  $Z_3$  en fonction de  $R$ ,  $r$ ,  $L$  et  $C$ .

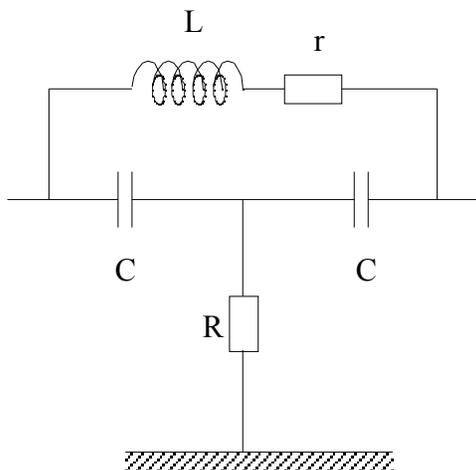


Figure 11a.

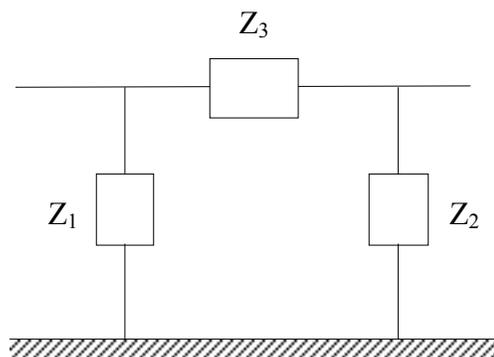


Figure 11b.

- 2.4.2 En déduire la fonction de transfert  $\tilde{G}(p) = \frac{\tilde{V}_{S4}(p)}{\tilde{V}_{E4}(p)}$  du montage de la figure 12 dans lequel l'A.O.4 est supposé parfait. On exprimera  $\tilde{G}(p)$  en fonction de  $R'$ ,  $R$ ,  $r$ ,  $L$ ,  $C$  et  $C'$ .
- 2.4.3 Montrer que lorsque  $R = R_0 = \frac{L}{2rC}$ , le module de  $\tilde{G}(j\omega)$  tend vers l'infini pour une pulsation  $\omega_2 = \sqrt{\frac{2}{LC}}$ .
- 2.4.4 Conclure quant à la nature du filtre  $\tilde{G}(j\omega)$  lorsque  $R$  est proche de  $R_0$ .
- 2.4.5 Application numérique : en choisissant  $C = 100$  nF, calculer la valeur de  $L$  pour que la fréquence centrale du filtre  $\tilde{G}(j\omega)$  soit égale à 10 kHz.

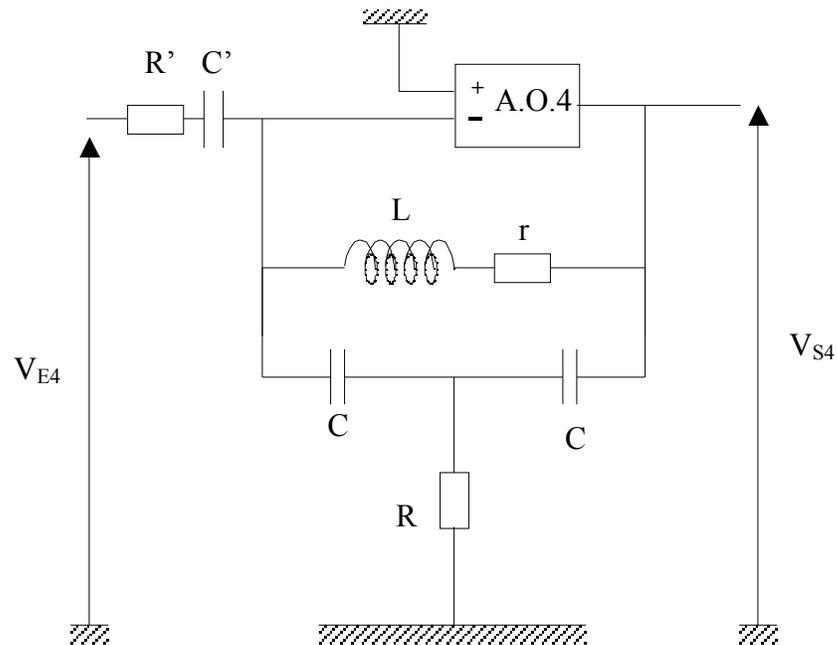


Figure 12.

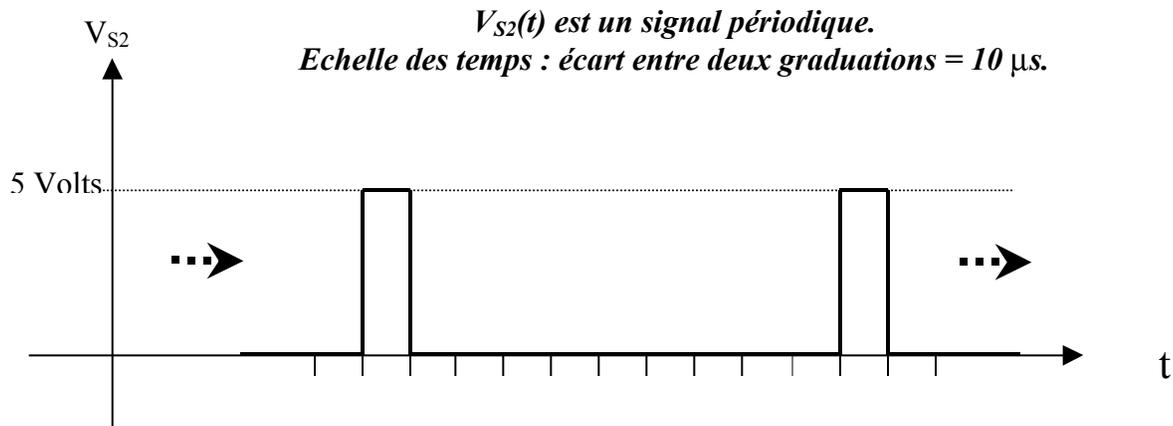
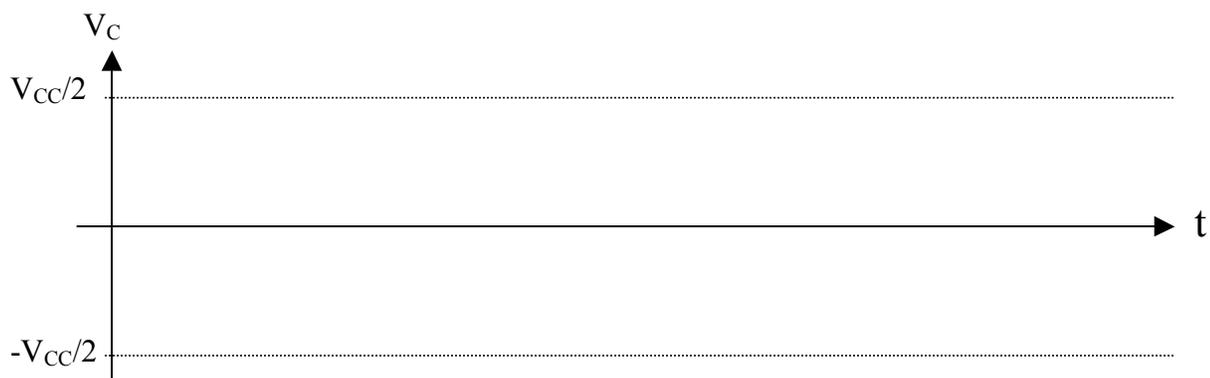
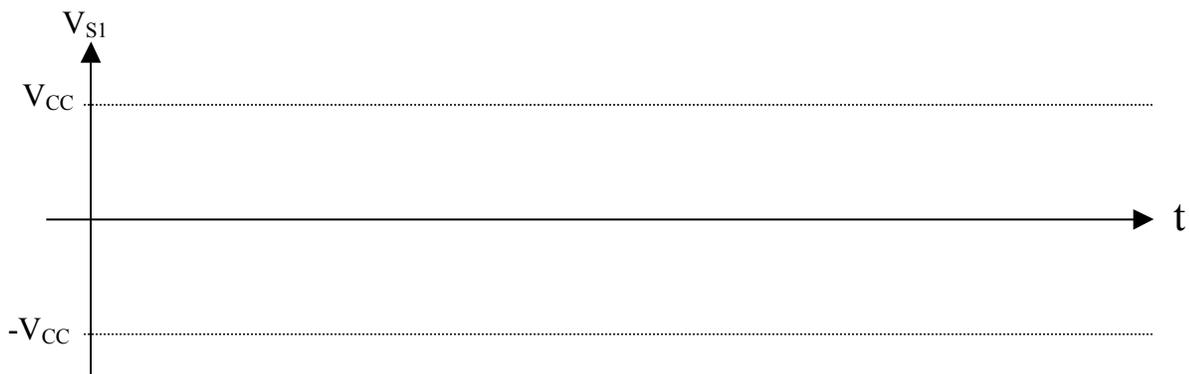
## Annexe

Voici quelques données relatives à la réponse en fréquence d'une fonction de transfert du second ordre de la forme :

$$\tilde{F}(p) = \frac{1}{1 + 2 \frac{p}{\omega_1} + \frac{p^2}{(\omega_1)^2}} :$$

- Pulsation de résonance  $\omega_r = \omega_1 \sqrt{1 - 2^{-2}}$
- Dépassement à la résonance  $M = \tilde{F}(j \omega_r) = \frac{1}{2 \sqrt{1 - 2^{-2}}}$
- Bande passante à -3 dB  $\omega_{-3dB} = \omega_1 \sqrt{1 - 2^{-2} + \sqrt{1 + (1 - 2^{-2})^2}}$

## Document-réponse DR1



## Document-réponse DR2

