

ETUDE D'UNE POMPE PÉRISTALTIQUE

L'étude de ce mécanisme se décompose en trois parties. Une première partie est associée à l'analyse fonctionnelle du mécanisme. La seconde partie concerne l'étude mécanique de la pompe dans des conditions "idéales" de fonctionnement. L'étude de la pompe dans des conditions plus représentatives de la réalité fait l'objet de la troisième partie. Les parties 2 et 3 contiennent également des questions relatives à la conception.

Les dimensions nécessaires aux applications numériques seront lues ou mesurées sur les plans fournis. La concision du candidat dans ses réponses sera particulièrement appréciée. Ce dernier prendra également soin de justifier clairement les expressions utilisées.

Présentation du mécanisme

Le principe des pompes péristaltiques s'inspire de l'observation du fonctionnement de l'intestin du corps humain ; notre intestin est pourvu de muscles périphériques qui permettent de déplacer la matière par une succession de contractions et décontractions.

La **figure 1** décrit le principe de fonctionnement d'une pompe péristaltique. La pompe se compose d'un bâti (**b**) sur lequel est fixé un moteur dont l'axe (**a**) entraîne en rotation un porte galets (**pg**). Les galets (**g**) sont en contact avec un tube déformable (**t**). L'écrasement de ce tube (**t**) entre un galet et le bâti provoque derrière la zone écrasée une dépression dans le tube qui se remplit aussitôt de fluide. La quantité de fluide emprisonnée dans le tube (**t**) entre deux galets est alors pulsée vers la sortie de la pompe.

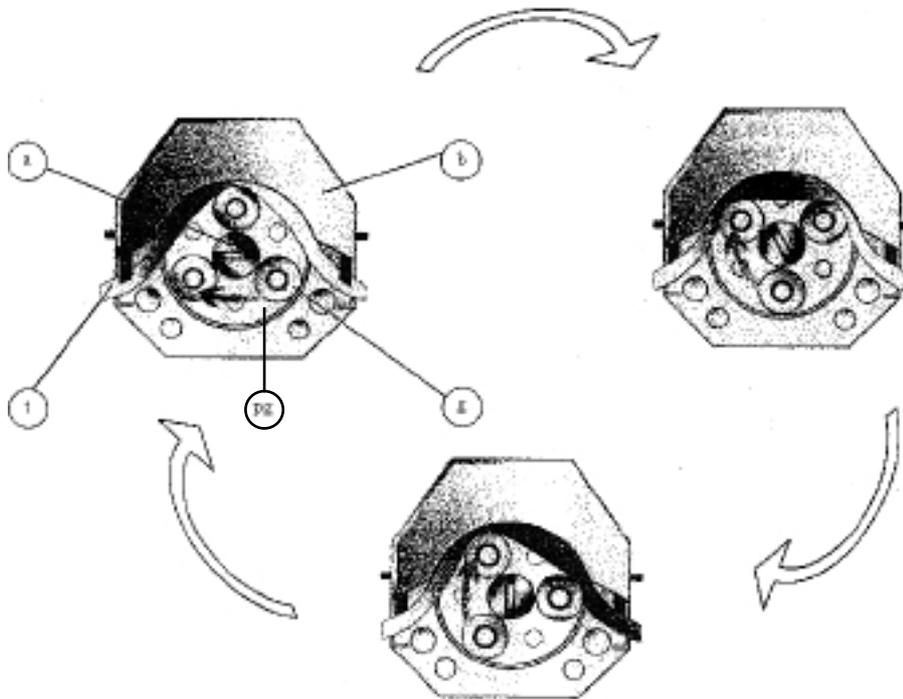


figure 1 : Principe de fonctionnement d'une pompe péristaltique.

Les pompes péristaltiques sont utilisées pour le transport de matières extrêmement variées telles que des liquides (chargés ou non), des pâtes, des produits pulvérulants (graines de céréales, poudres, etc...), les dimensions de ces installations sont aussi très variables de quelques centimètres, pour leur application au domaine dentaire, à quelques mètres dans le cas du transport de céréales.

La pompe étudiée est un prototype de pompe péristaltique à usage dentaire pour le détartrage des dents. Cette pompe a été développée pour remplacer une pompe jetable à usage unique

incorporée dans un ensemble appelé ligne d'irrigation, présentée **figure 2**. Pour acheminer le liquide détartrant stérile (eau chargée d'additifs) contenu dans un flacon hermétiquement clos vers l'outil de détartrage manipulé par le dentiste, ce dernier utilise un ensemble stérile appelé "ligne d'irrigation". Cet ensemble jetable pour des raisons d'hygiène se compose de deux tubes de grande longueur (assez rigides pour ne pas faire de noeuds) raccordés entre eux par un tube plus souple de faible longueur (de l'ordre d'une vingtaine de centimètres) inséré dans une pompe péristaltique jetable. On trouve ici tout l'intérêt de ce type de pompe dans lequel le fluide n'est jamais en contact direct avec la pompe.

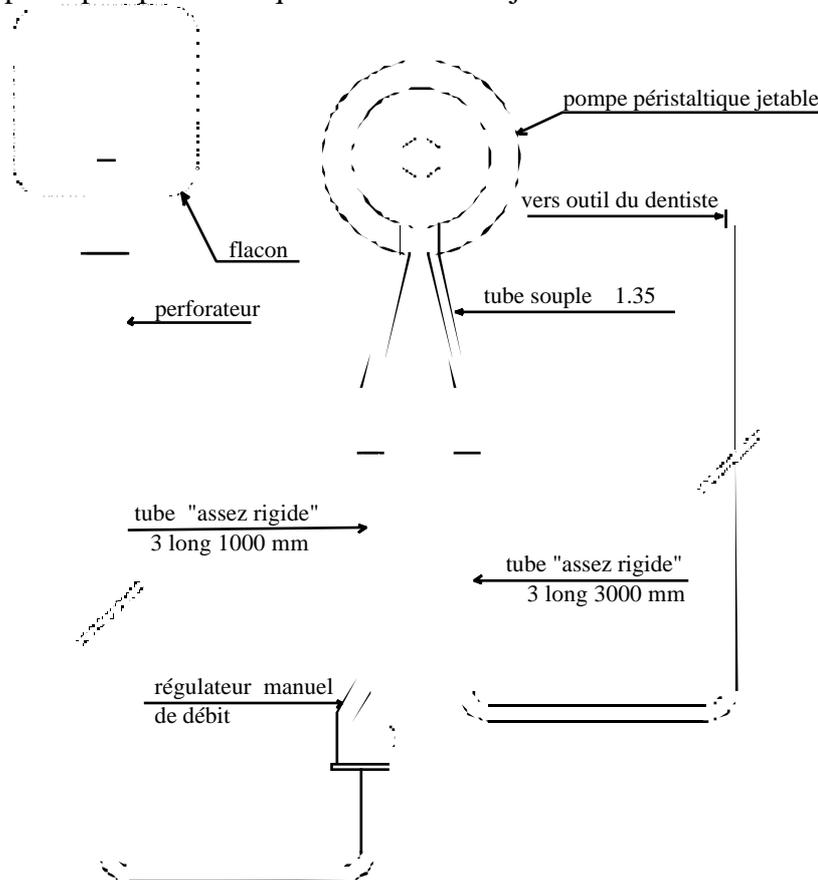


figure 2 : Ligne d'irrigation avec pompe incorporée.

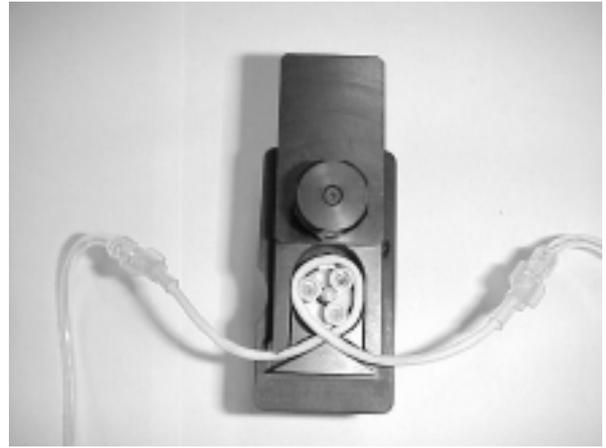
Afin de diminuer le prix de vente de ce dispositif, l'entreprise qui conçoit ce type de produit a développé le prototype de pompe réutilisable que nous allons étudier. Ce prototype est présenté en situation sur les **photographies 1 et 2**, les plans sont donnés **documents 1 et 2**. Dans cette nouvelle version, la "ligne d'irrigation" ne comporte plus de pompe d'où une économie notable et doit pouvoir être montée simplement et rapidement (moins d'une minute) dans la pompe par le dentiste.

Les principaux points du cahier des charges pour la conception de cette nouvelle pompe sont :

- simplicité de changement du tube.
- temps de changement du tube : 1 minute maximum.
- pompe entièrement démontable pour en faciliter le nettoyage.
- durée de vie de la pompe : 4 ans.
- débit Q variable entre 5 ml/mn et 80 ml/mn.
- utilisation du micromoteur de l'ancienne pompe dont la puissance utile est : $P = 15$ Watts.



Photographie 1 : pompe avec sa ligne d'irrigation.



Photographie 2 : pompe ouverte avec sa ligne d'irrigation.

=====
Première partie : analyse du fonctionnement de la pompe
 =====

Cette partie concerne l'analyse du fonctionnement et la critique des solutions technologiques retenues. Elle fait référence aux **documents 1 et 2**, format A3, fournis.

I.1. En précisant clairement les vues ou coupes repérées sur les plans proposés,

expliquer comment se font l'ouverture et la fermeture de la pompe nécessaires au changement de la ligne d'irrigation.

I.2. Analyse fonctionnelle.

I.2.a *Quel est le type de liaison entre l'axe (3) et le bâti (11) de la pompe ? Quelle est sa fonction ?*

I.2.b *Donner un ajustement à cette liaison lui permettant de remplir sa fonction.*

I.2.c *Quelle est la fonction de la pièce (5) ? Dessiner le schéma fonctionnel de la liaison entre (3), (4) et (5).*

I.2.d *Tracer sur le document 3 (à remettre avec votre copie) la chaîne de cotes relative au jeu $J_{5/7}$ entre les pièces (5) et (7). Quelle est l'utilité de ce jeu ?*

I.3. A l'usage, on constate sur le prototype correspondant aux plans fournis (**documents 1 et 2**) que, lors de l'ouverture de la pompe pour le changement de la ligne d'irrigation, la pièce (4) se soulève par rapport au bâti (11) perdant ainsi partiellement le contact avec (11).

I.3.a *Quelle est la cause de ce soulèvement ?*

I.3.b *Proposer une solution technologique permettant d'éviter ce soulèvement. Faire un schéma illustrant votre solution.*

=====

Deuxième partie : étude dans des conditions "idéales" de fonctionnement

=====

Toutes les grandeurs physiques utilisées sont désignées par leur mesure algébrique. ω_i désigne la mesure algébrique de la vitesse de rotation du solide i par rapport au référentiel galiléen R_0 matérialisé par le repère orthonormé direct $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ lié au bâti (11) de la pompe. $\vec{V}_M^{i/j}$ désigne la vitesse d'un point M du solide i par rapport au solide j . Le référentiel associé à chaque solide S_i sera noté $R_i(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$, où $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ désigne une base orthonormée directe.

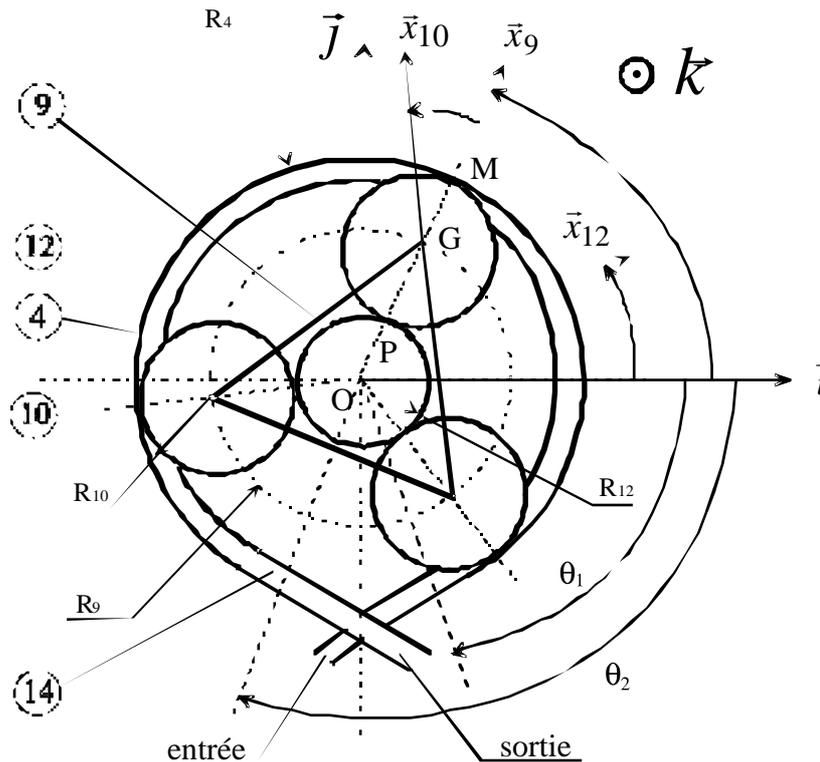


figure 3 : paramétrage

II.1. Pour simplifier, on modélise le contact entre un galet (10) et l'axe moteur rapporté (12), collé sur l'arbre de (1), par un contact linéique et on suppose que le long de ce contact le roulement d'un galet sur l'axe moteur rapporté s'effectue sans glissement. De même, on modélise le contact entre un galet (10) et le tube écrasé (14) par un contact ponctuel, réduit au point M , et on suppose que le roulement d'un galet (10) sur le tube écrasé (14) s'effectue aussi sans glissement. Enfin ce même tube (14) est immobilisé par rapport à l'ensemble (11),(4).

II.1.a Etablir le schéma cinématique minimal de ce mécanisme. Le paramétrage proposé **figure 3** est-il suffisant ? Justifier votre réponse.

II.1.b Traduire les deux conditions précédentes de roulement sans glissement en un point quelconque P du contact linéique (10) / (12) et au point M du contact ponctuel (10) / (14). En déduire la vitesse de rotation galiléenne ω_{10} du galet (10) ainsi que celle du porte galet (9), ω_9 en fonction de ω_{12} et des caractéristiques nécessaires.

II.1.c Quel doit être le sens de rotation du moteur (sens **A** ou **B** sur le **document 1**) pour que la pompe assure sa fonction ?

II.2. Pour faciliter les calculs du débit de la pompe, on choisit de modéliser le volume de fluide emprisonné, entre deux galets, par un tube dont les deux extrémités sont coupées en biseau, comme illustré sur la **figure 4**. L'écrasement du tube est supposé complètement réalisé (pas de fuite).

Rappels:

On rappelle, pour cette question, que:

- * la cylindrée d'une pompe est le volume de fluide refoulé par tour.
- * le débit volumique d'une pompe est défini par le volume de fluide refoulé par unité de temps.

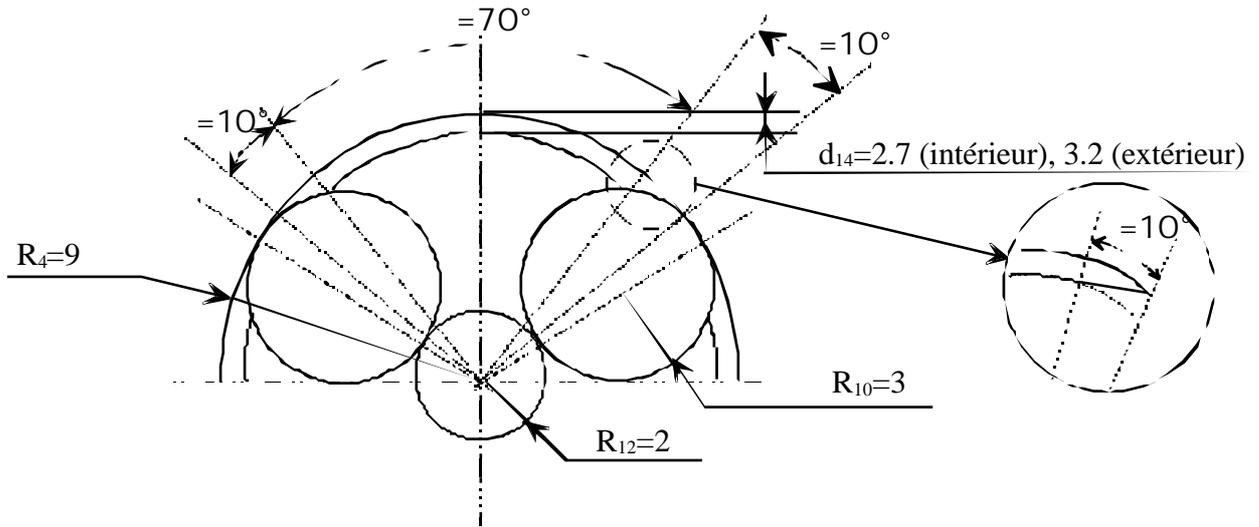


figure 4 : modélisation de la géométrie de la pompe (dimensions en mm).

II.2.a Selon le modèle géométrique adopté, calculer le volume de fluide emprisonné entre deux galets en fonction des caractéristiques géométriques. En déduire la cylindrée C_{yl} de la pompe en fonction de $N_g, \alpha, \beta, d_{14}, R_4$. Faire l'application numérique.

II.2.b D'après la vitesse galiléenne v_g du porte-galets calculée à la question II.1.b, calculer le débit Q de la pompe en fonction du nombre de galets N_g, ω_{12} et des caractéristiques géométriques nécessaires.

II.2.c Compte-tenu de la plage de variation du débit de la pompe demandée dans le cahier des charges, calculer la plage de variation de la vitesse de rotation ω_{12} de l'axe du moteur. Faire l'application numérique.

II.3. Le cahier des charges impose que le moteur de l'ancienne pompe soit réutilisé.

II.3.a Calculer le couple moteur maximum Cm_{max} disponible pour obtenir le débit minimum. Faire l'application numérique.

II.3.b En déduire la mesure algébrique $T_{12 \rightarrow 10_{max}}$ de l'effort tangentiel maximum transmissible par l'axe moteur rapporté (12) sur chacun des trois galets (10) en fonction de R_{12}, N_g , la puissance utile du moteur P et de ω_{12} . On se placera en régime permanent de fonctionnement. Faire l'application numérique.

II.4. Dans les conditions idéales de liaisons parfaites et de solides indéformables (à l'exception du tube), l'ensemble des 3 galets (10), du porte-galets (9) et de l'axe moteur (12) peut-il à la fois être assemblé sans jeu et assurer correctement la fonction de pompe ? Pourquoi ?

II.5. Les plans de fabrication des galets (10) et du porte-galets (9) indiquent les cotes suivantes :

• diamètre intérieur d'un galet : $2,5 \begin{smallmatrix} +0,1 \\ 0 \end{smallmatrix}$.

• diamètre d'un axe porte-galet : $2 \begin{smallmatrix} 0 \\ -0,1 \end{smallmatrix}$.

II.5.a Calculer les valeurs maxi et mini du jeu radial $J_{9/10}$ entre les pièces (9) et (10).

II.5.b Que pensez-vous de la valeur de ce jeu ? Quel est son rôle ?

II.5.c La solution retenue pour ce montage est-elle isostatique ? Justifier votre réponse.

=====

Troisième partie : étude dans des conditions de fonctionnement plus réalistes

=====

En réalité, des glissements apparaissent entre les différents éléments roulants équipant la pompe et nuisent par conséquent au bon fonctionnement de celle-ci.

III.1. Donner deux raisons à ce dysfonctionnement.

III.2. Afin d'étudier, à un instant du cycle de fonctionnement de la pompe, l'équilibre de l'ensemble {porte-galets (9), galets (10), axe rapporté (12)}, on choisit de modéliser l'action normale du tube (14) sur chacun des galets (10) par $k_e u$, où u désigne l'écrasement du tube et k_e une raideur équivalente déterminée expérimentalement. Pour chacun des galets, k_e est constante et égale à k_0 pendant le trajet du galet considéré sur le chemin de roulement, hors de la zone de chevauchement du tube. L'ensemble étudié est ainsi représenté sur la **figure 5**.

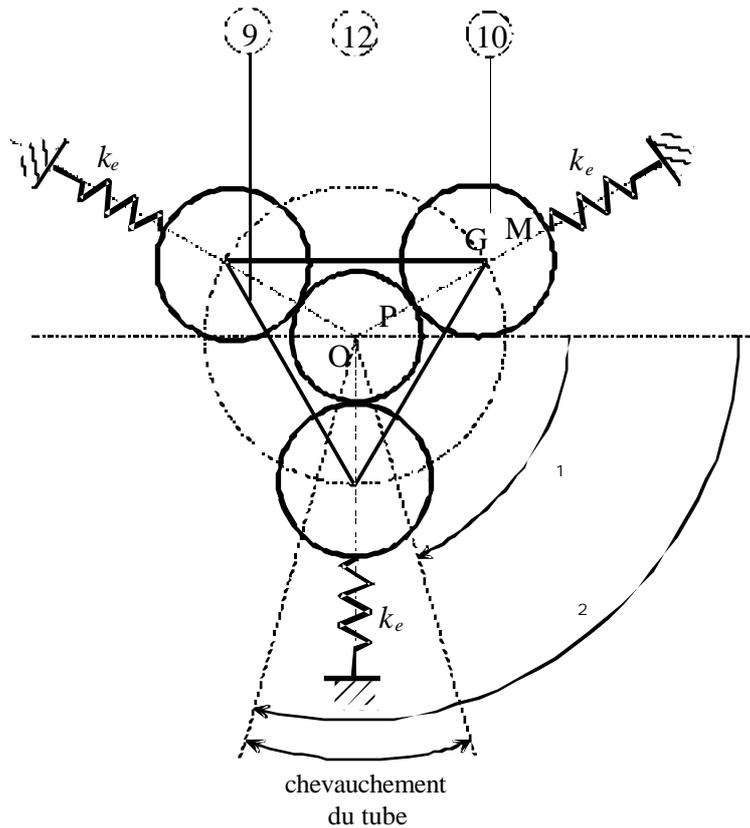


figure 5 : modélisation des liaisons tube (14) / galets (10) à chaque instant du cycle de fonctionnement de la pompe

De plus, on choisit d'adopter le modèle de Coulomb pour décrire le contact entre le tube (14) et les galets (10) d'une part, et entre les galets (10) et l'axe moteur rapporté (12), d'autre part.

III.2.a *Quelle est la signification physique de la raideur équivalent k_e ?*

III.2.b On se place en régime de fonctionnement établi de la pompe et on s'intéresse à l'équilibre d'un galet (10) parcourant le chemin de roulement, représenté (**figure 5**). Le coefficient d'adhérence entre un galet (10) et le tube (14) vaut $\mu_{1014} = 0,6$ alors que celui entre un galet (10) et l'axe (12) vaut $\mu_{1012} = 0,2$. On désigne par $\{T_{9 \rightarrow 10}\}_G = \begin{matrix} \vec{R}_{9 \rightarrow 10} \\ \vec{0} \end{matrix}_G$, le torseur représentatif des actions de contact transmissibles de (9) sur (10), réduit au centre de gravité G du galet.

Donner une justification à la différence des coefficients d'adhérence μ_{1014} et μ_{1012} .

Montrer que la condition d'adhérence en M impose $|u| \leq \frac{|Cm|}{N_g R_{12} k_e \mu_{1014}}$ où Cm désigne la mesure algébrique du couple moteur.

III.2.c Compte-tenu de la valeur de l'effort tangentiel maximum $T_{12 \rightarrow 10_{\max}}$ transmissible par l'axe moteur rapporté (12) sur chacun des trois galets (10) calculée à la question **II.3.b**,

calculer, à la limite du glissement entre le tube (14) et les galets (10), la valeur maximale de l'effort tangentiel exercé par chaque galet sur le tube. Faire l'application numérique.

III.2.d *Quelle est la fonction des formes en v aux deux extrémités de la pièce (4).*

III.3 **Cette question est une question qualitative pour laquelle il n'est demandé aucun calcul.**

En vue de vérifier que le moteur d'origine convient, on s'intéresse dans cette question à ce qui se passe dans la zone de chevauchement du tube, **illustrée photographie 2, figures 3 et 5**. On constate, sur le premier prototype réalisé, un point dur de fonctionnement lorsqu'un galet se trouve dans la position $\theta = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$ du fait de la superposition du tube à cet endroit.

III.3.a *Expliquer pourquoi k_e ne peut pas être constante dans la zone où $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$. Proposer une fonction simple de variation de cette raideur en vous aidant du paramétrage de la figure 5.*

III.3.b *Quelle est la nature de la sollicitation de l'arbre du moteur (1), induite par la variation de la résultante des efforts normaux qui s'exercent sur lui ? Quelle est la conséquence sur le débit de la pompe?*