

BANQUE D'ÉPREUVES DUT-BTS

— SESSION 2011 —

ÉPREUVE DE MÉCANIQUE

CODE ÉPREUVE : BE-MÉCA

CALCULATRICE INTERDITE

DURÉE : 2H30

Exercice 1

- (A) Le laiton est un alliage de cuivre et de zinc.
- (B) L'acier désigné par 35NiCrMo16 (35NCD16) est fortement allié.
- (C) En réalisant une trempe suivie d'un revenu, le module d'Young d'un acier est modifié.
- (D) Le coefficient de frottement statique, à sec, entre deux surfaces en acier est compris entre 0,01 et 0,02.
- (E) En général, le coefficient de frottement dynamique est supérieur au coefficient de frottement statique.

Exercice 2

Lors de la conception d'un engrenage, notamment au niveau de l'avant-projet, il est fréquent de faire appel à un modèle qui consiste à représenter la dent comme une poutre encastrée en O soumise à un chargement ponctuel en I . La **Figure 1** représente la modélisation d'une des dents du pignon inférieur par une poutre de longueur L (environ égale à la demi-hauteur de la dent) et de section constante $S = s_0 \times b$ (où s_0 est l'épaisseur curviligne de taille et b la largeur de la denture). Cette poutre est encastrée en O et soumise à un glisseur \vec{F} en I dont la norme est notée $F = \|\vec{F}\|$. Classiquement, dans le cadre de la théorie des poutres, on prendra comme convention que le torseur de cohésion à l'abscisse x représente les actions mécaniques intérieures exercées par la partie avale ($> x$) sur la partie amont ($< x$).

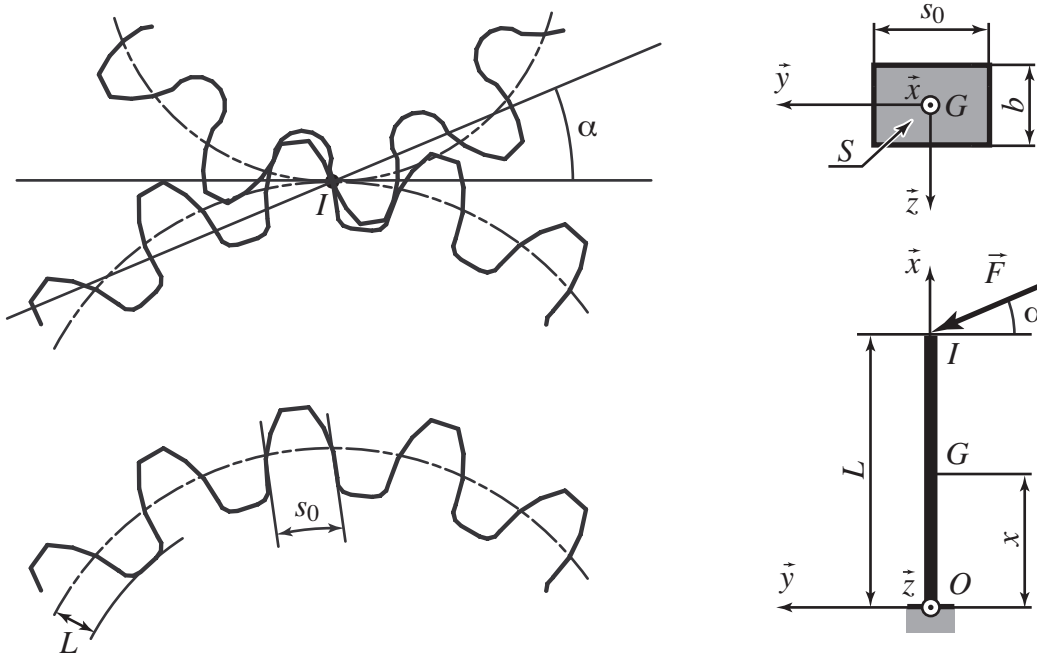


Figure 1 – Modélisation d'une dent d'un pignon.

- (A) L'effort normal dans la poutre est :

$$N(x) = -F \cos \alpha \tag{1}$$

(B) Le moment fléchissant selon \vec{z} dans la poutre est :

$$M(x) = F \cos \alpha (L - x) \quad (2)$$

(C) Le moment quadratique de la section S par rapport à l'axe (G, \vec{z}) , est :

$$I = \frac{s_0 b^3}{12}$$

(D) La contrainte normale maximale dans la poutre est telle que :

$$|\sigma_{\max}| = \frac{F}{s_0 b} \left(\frac{L}{s_0} \cos \alpha + \sin \alpha \right)$$

(E) Le déplacement de l'extrémité I sous l'action du glisseur \vec{F} est :

$$\vec{U}(I) = \frac{F}{E} \left(-\frac{1}{S} \sin \alpha \vec{x} + \frac{L^3}{3I} \cos \alpha \vec{y} \right)$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on s'intéresse aux spécifications de la **Figure 2**.

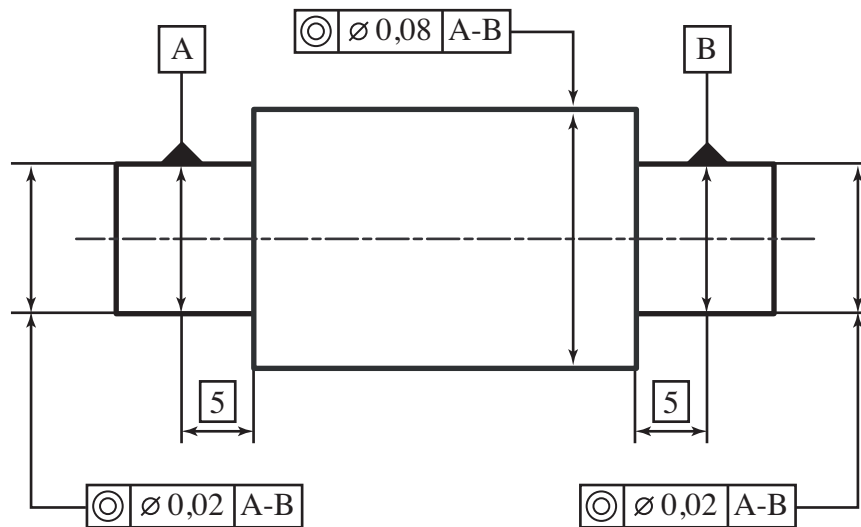


Figure 2 – Spécifications d'une pièce.

- (A) Le symbole \odot dénote une spécification de cylindricité.
- (B) Pour chacune des spécifications \odot , l'élément tolérancé est une droite.
- (C) La spécification avec une tolérance $\varnothing 0,08$ est surabondante car automatiquement assurée si les spécifications avec une tolérance $\varnothing 0,02$ sont vérifiées.
- (D) La référence commune A-B est une droite comprise dans deux cylindres de diamètres $\varnothing 0,02$.
- (E) La référence commune A-B aurait été différente si l'on avait spécifié B-A.

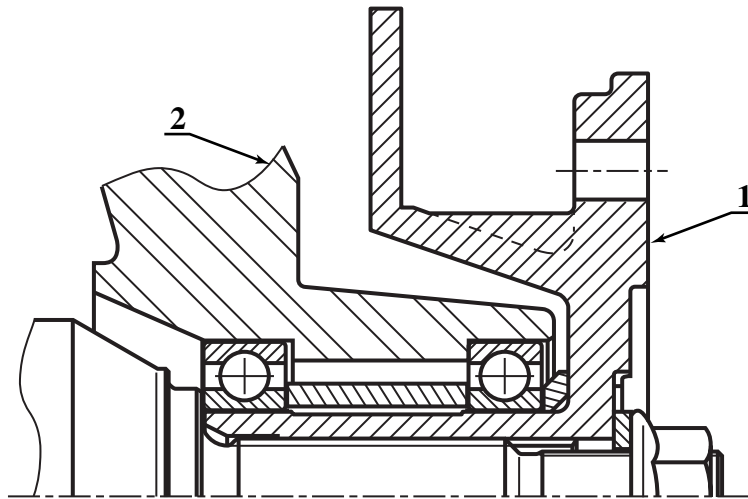


Figure 3 – Montage de roulements.

Exercice 4

Dans cet exercice, on se propose d'étudier le montage de roulements de la **Figure 3**. Celui-ci permet de guider en rotation un moyeu **1**, supportant une des roues, par rapport à un essieu **2**.

- (A) Ce type de montage est à réserver à des situations où les charges axiales à transmettre sont faibles.
- (B) Le rotulage admissible par ce type de roulements est inférieur à 20' d'angle.
- (C) L'écrou permet de régler la précharge dans le montage.
- (D) La durée de vie de tels roulements peut être calculée en utilisant la formule $L = (C/P)^\alpha$ où L est la durée de vie nominale (en millions de tours), C la charge dynamique de base (en kN), P la charge dynamique équivalente (en kN), et $\alpha = 3$.
- (E) La durée de vie nominale d'un roulement est associée à un niveau de fiabilité de 99 %.

Exercice 5

La **Figure 4** schématise le fonctionnement cinématique d'un variateur de vitesse à bille. Il est composé d'un bâti **0**, d'un arbre d'entrée **1**, d'un arbre de sortie **2** et d'une bille **3**. Le repère $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, lié au bâti **0**, est fixe. Les deux arbres présentent une surface conique (paramétré par l'angle α) et sont en liaison pivot d'axes (O_1, \vec{x}_0) et (O_2, \vec{x}_0) avec le bâti. On note ω_1 et ω_2 leurs vitesses de rotation par rapport au bâti. La bille **3**, de rayon r , roule sans glisser sur les surfaces coniques (points de contact A et B) et un dispositif non représenté sur la figure permet à son centre I de rester immobile par rapport à R_0 , sauf lors de la phase de réglage du variateur où l'utilisateur influe sur la distance e . En dehors de cette phase de réglage, le torseur cinématique de **3** dans son mouvement par rapport à **0** est un glisseur d'axe (I, \vec{u}) et de résultante $\omega \vec{u}$.

- (A) Le vecteur $\overrightarrow{O_1 A}$ s'exprime :

$$\overrightarrow{O_1 A} = -\frac{1}{\cos \alpha} (r \sin \alpha + L - e) \vec{u}$$

- (B) En exploitant le roulement sans glissement en A de **3** par rapport à **1**, on peut montrer que :

$$r \omega = (L - e + r \sin \alpha) \omega_1$$

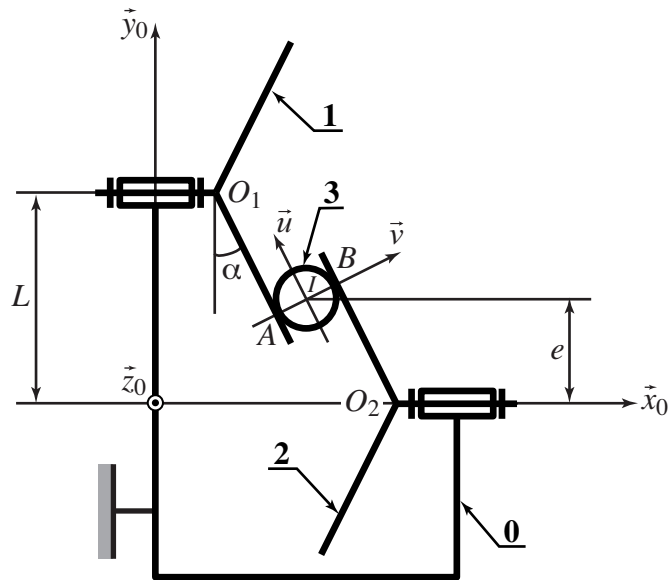


Figure 4 – Variateur à bille.

(C) Le vecteur $\overrightarrow{O_2B}$ s'exprime :

$$\overrightarrow{O_2B} = \frac{1}{\cos \alpha} (r \sin \alpha + L + e) \vec{u}$$

(D) En exploitant le roulement sans glissement en B de 3 par rapport à 2, on peut montrer que :

$$r\omega = (L + e + r \sin \alpha)\omega_2$$

(E) Le rapport de réduction entre ω_2 et ω_1 est :

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{L - e + r \sin \alpha}{L + e + r \sin \alpha}$$

Exercice 6

On reprend le mécanisme de l'exercice précédent (**Figure 4**), toujours sans prendre en compte le dispositif de réglage qui permet d'influer sur la position du centre I de la bille.

- (A) On peut trouver des variateurs à bille(s) dans les mobylettes.
- (B) On aurait pu envisager de concevoir un variateur à galet, le galet étant placé de façon à ce que son axe soit (I, \vec{u}) .
- (C) La vitesse de rotation de la bille est la moyenne des vitesses de rotation des arbres d'entrée et de sortie.
- (D) La liaison équivalente entre l'arbre d'entrée 1 et l'arbre de sortie 2 est une sphère-cylindre d'axe (I, \vec{u}) .
- (E) La liaison équivalente entre l'arbre d'entrée 1 et l'arbre de sortie 2 est une cylindre-plan de ligne (I, \vec{u}) et de normale \vec{v} .

Exercice 7

On s'intéresse au serre-joint schématisé sur la **Figure 5**, composé de deux pièces notées **1** et **2**. L'effort de serrage génère sur la mâchoire **2** un effort $-P \vec{y}$ exercé au point C . À cause du jeu interne entre les deux pièces et de cet effort, la mâchoire **2** effectue une rotation d'angle α , résultant en deux contacts ponctuels aux points A et B . Pour les besoins de cet exercice, on supposera $\alpha \simeq 0$. Le point O est le milieu de AB . On note de plus d la largeur du manche de la pièce **1**, D la largeur correspondante dans la pièce **2**, L la longueur du guidage entre **1** et **2**, H la distance horizontale entre C et O , et K la distance verticale entre C et O . On suppose qu'en A (respectivement en B) les actions mécaniques exercées par **1** sur **2** sont représentées par un glisseur de résultante $\vec{F}_A = X_A \vec{x} + Y_A \vec{y}$ (respectivement $\vec{F}_B = X_B \vec{x} + Y_B \vec{y}$). On précise de plus que ces efforts respectent les conditions d'adhérence de Coulomb, le système étant en équilibre statique. On note φ l'angle d'adhérence.

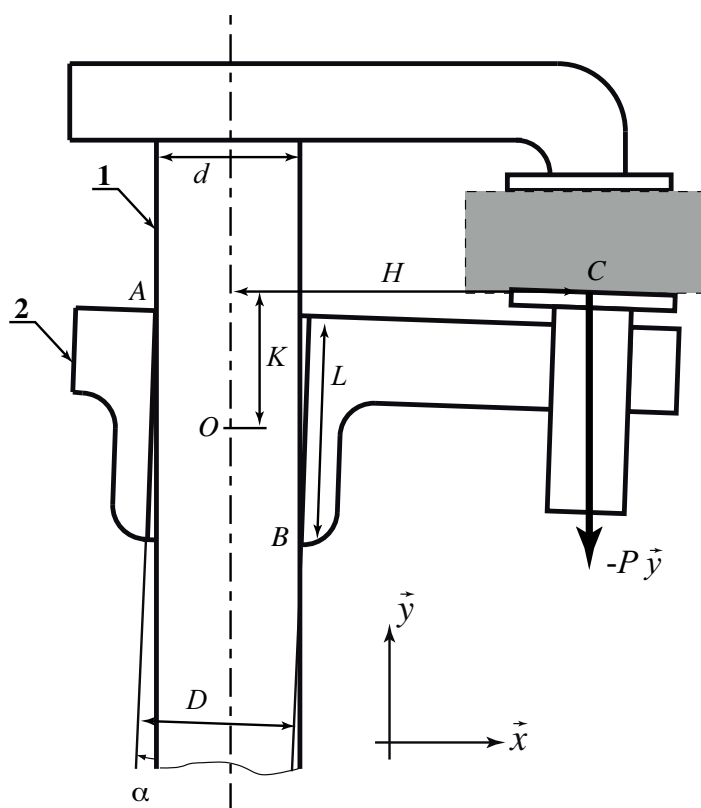


Figure 5 – Serre-joint.

- (A) Le principe fondamental de la statique, écrit par exemple au point O , permet de déterminer **complètement** chacune des composantes X_A , Y_A , X_B , Y_B en fonction de certains des paramètres P , d , D , H , K , φ .
- (B) On peut montrer que pour pouvoir équilibrer l'effort P , il faut : $Y_A > 0$ et $Y_B > 0$.
- (C) Les composantes X_A , Y_A , X_B , Y_B sont toutes indépendantes de la distance K .
- (D) On peut montrer que la valeur absolue de Y_A est strictement inférieure à la valeur absolue de Y_B .
- (E) On peut établir que si la limite du glissement est atteinte, elle l'est d'abord au point A .

Exercice 8

On s'intéresse à la torsion d'un arbre supportant deux roues dentées de diamètres primitifs D_1 et D_2 représenté sur la **Figure 6**. L'arbre est guidé en liaison pivot parfaite par rapport au bâti et la longueur entre les roues dentées est notée L . Du fait des efforts qui transitent dans les engrenages, il est soumis à deux moments de torsion de la part de l'extérieur : en $x = 0$, le moment $C_1 \vec{x}$; en $x = L$ le moment $C_2 \vec{x} = -C_1 \vec{x}$. On note $M(x)$ le moment de torsion dans l'arbre à l'abscisse x et $\alpha(x)$ la rotation de la section correspondante. L'arbre a une section circulaire pleine de diamètre D . On note G le module de cisaillement de l'arbre. On se place en statique pour effectuer cette étude. On choisit comme convention d'origine des rotations l'origine du repère : $\alpha(x = 0) = 0$. Classiquement, dans le cadre de la théorie des poutres, on prendra comme convention que le torseur de cohésion à l'abscisse x représente les actions mécaniques intérieures exercées par la partie aval ($> x$) sur la partie amont ($< x$).

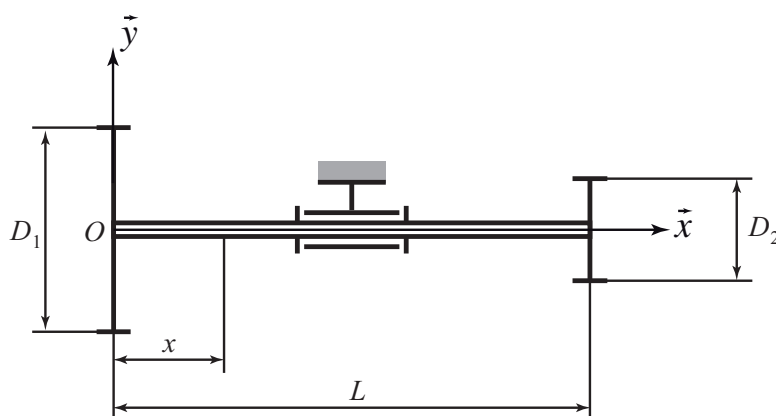


Figure 6 – Arbre supportant deux roues dentées.

- (A) L'inertie géométrique (aussi appelé moment quadratique polaire) de la section autour de l'axe (O, \vec{x}) est égale à : $I_x = \frac{\pi D^4}{64}$.
- (B) Les diamètres primitifs des roues dentées étant différents, on peut en déduire que les forces de contact exercées par l'extérieur sur chacun des pignons **1** et **2** sont d'intensités différentes.
- (C) La rotation de la section $\alpha(x)$ est proportionnelle à x .
- (D) Le moment de torsion $M(x)$ est proportionnel à x .
- (E) Pour un couple d'entrée C_1 donné, la rotation différentielle $\theta_2 - \theta_1 = \theta(L) - \theta(0)$ augmente si on augmente le module de cisaillement G .

Exercice 9

Le sujet de cet exercice est le freinage d'un véhicule de masse M lancé à la vitesse v_0 . Le véhicule possède quatre roues de rayon R . On note C_f le couple de freinage exercé sur chacune des quatre roues au niveau des disques de frein, avec $C_f < 0$; on le supposera constant au cours du temps. L'effort tangentiel exercé par la chaussée sur le pneumatique est noté T . On fera l'hypothèse de roulement sans glissement au contact entre la roue et le sol.

Dans un premier temps, on néglige l'inertie correspondant à la rotation des roues et des organes de la transmission. On suggère d'utiliser une méthode énergétique pour accéder rapidement au résultat.

(A) La distance de freinage du véhicule, notée x_f , est égale à :

$$x_f = \frac{-M R v_0^2}{8 C_f}$$

(B) Le temps de freinage nécessaire pour stopper le véhicule, noté t_f , vaut :

$$t_f = \frac{-M R v_0}{\pi C_f}$$

Pour un calcul plus précis, on décide maintenant de prendre en compte l'inertie liée à la rotation des roues, ainsi que des organes de la transmission. Au total, cela revient à affecter à chacune des quatre roues une inertie équivalente autour de son axe notée J_{eq} .

(C) En prenant en compte l'inertie de rotation, la distance de freinage du véhicule, notée x_f , est égale à :

$$x_f = \frac{-\left(\frac{1}{2}M R^2 + 2 J_{eq}\right) v_0^2}{4 C_f R}$$

(D) Le temps de freinage est alors égal à :

$$t_f = \frac{-(M R^2 + 4 J_{eq}) v_0}{4 C_f R}$$

(E) Lors du freinage, l'essentiel de la puissance est dissipée par le contact entre la route et les pneumatiques.

Exercice 10

Un système de préhension virtuelle est constituée d'un « bras » dont le fonctionnement est schématisé sur la **Figure 7**. Les liaisons sont toutes considérées comme des pivots parfaites. On note respectivement L_1, L_2, L_3 les longueurs AB, BC, CD (les longueurs L_i sont toutes prises positives). Le paramétrage angulaire choisi est le suivant : le corps **1** est en rotation d'angle α par rapport au bâti **0** autour de l'axe $(A, \vec{z}_0) = (A, \vec{z}_1)$, la pièce **2** effectue une rotation d'angle β autour de l'axe $(B, \vec{z}_1) = (B, \vec{z}_2)$, la pièce **3** effectue la rotation d'angle θ autour de l'axe $(C, \vec{y}_2) = (C, \vec{y}_3)$. On prendra garde au fait que $\overrightarrow{CD} = -L_3 \vec{z}_3$, conformément à la figure.

(A) Le vecteur vitesse de rotation de la pièce **3** par rapport à **0** vaut :

$$\vec{\Omega}(3/0) = \dot{\theta} \vec{y}_2 + (\dot{\alpha} - \dot{\beta}) \vec{z}_2$$

(B) Le vecteur vitesse du solide **2** par rapport à **0**, exprimé au point C , vaut :

$$\vec{V}(C, 2/0) = (L_1 \dot{\alpha} + L_2(\dot{\alpha} + \dot{\beta})) \vec{y}_2$$

(C) Le vecteur vitesse du solide **3** par rapport à **0**, exprimé au point D , vaut :

$$\begin{aligned} \vec{V}(D, 3/0) = & [L_1 \dot{\alpha} \sin\beta - L_3 \dot{\theta} \cos\theta] \vec{x}_2 \\ & + [L_1 \dot{\alpha} \cos\beta + L_2(\dot{\alpha} + \dot{\beta}) - L_3(\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \sin\theta] \vec{y}_2 + [L_3 \dot{\theta} \sin\theta] \vec{z}_2 \end{aligned}$$

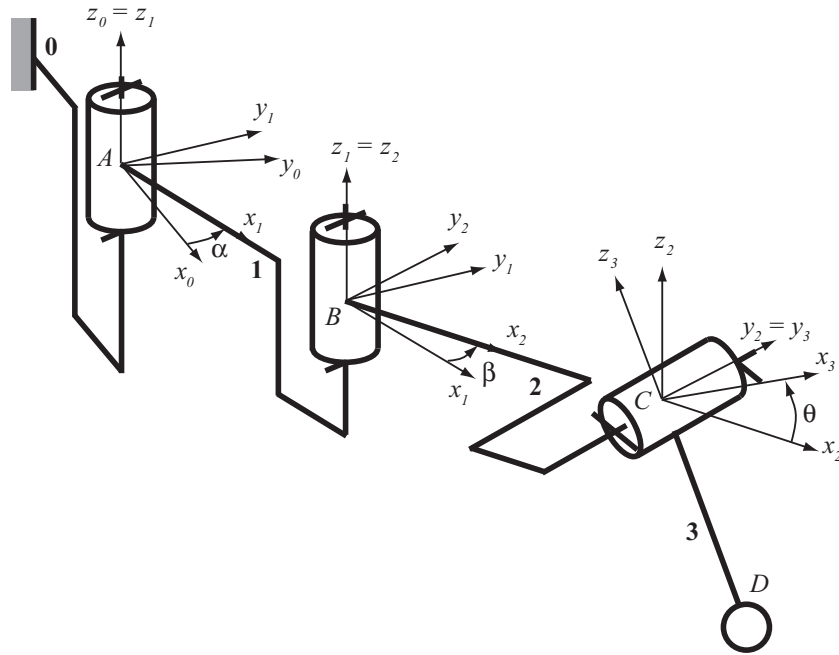


Figure 7 – Bras de préhension virtuelle.

(D) Le vecteur accélération du solide **3** par rapport à **0**, exprimé au point **C** peut s'écrire :

$$\vec{\Gamma}(C, 3/0) = -L_1 \dot{\alpha}^2 \vec{x}_1 + L_1 \ddot{\alpha} \vec{y}_1 - L_2 \dot{\beta} (\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \vec{x}_2 + L_2 (\ddot{\alpha} + \ddot{\beta}) \vec{y}_2$$

(E) La liaison équivalente à l'association des liaisons pivots d'axe (A, \vec{z}_0) entre **1** et **0** (paramétrée par l'angle α) d'une part et d'axe (B, \vec{z}_1) entre **2** et **1** (paramétrée par l'angle β) d'autre part, est une liaison pivot (A, \vec{z}_1) et d'angle $(\alpha + \beta)$.

Exercice 11

Le système de levage représenté sur la **Figure 8** est étudié en statique dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) et sous l'hypothèse que le poids des pièces est négligeable devant l'effort $-P \vec{y}$ dû à la charge à soulever. Les liaisons sont toutes des pivots parfaites, exceptées les liaisons entre **2** et **2'** d'une part, et entre **3** et **3'** d'autre part, qui représentent des vérins commandables modélisés dans le plan par des glissières non parfaites. Le point **C** représente le centre de deux liaisons pivot concentriques d'axe (C, \vec{z}) entre **0** et **3** d'une part, et entre **0** et **2'** d'autre part. On notera $\vec{F}_{ij} = X_{ij} \vec{x} + Y_{ij} \vec{y}$ l'effort exercé par la pièce **i** sur la pièce **j**. De plus, on étudie la configuration particulière dans laquelle les points **D** et **E** sont à la verticale l'un de l'autre.

- (A) On peut établir que $|X_{3/4}| = |X_{14}|$.
- (B) On peut établir que $|Y_{3/4}| = |Y_{14}|$.
- (C) À cause de la glissière entre **3** et **3'**, il est impossible de déterminer complètement $\vec{F}_{3/4}$.
- (D) La liaison en **B** étant soumise à trois efforts dont aucun n'est connu, il est impossible de déterminer la direction de chacun d'eux.
- (E) On peut montrer cependant que $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{02'} = \vec{0}$.

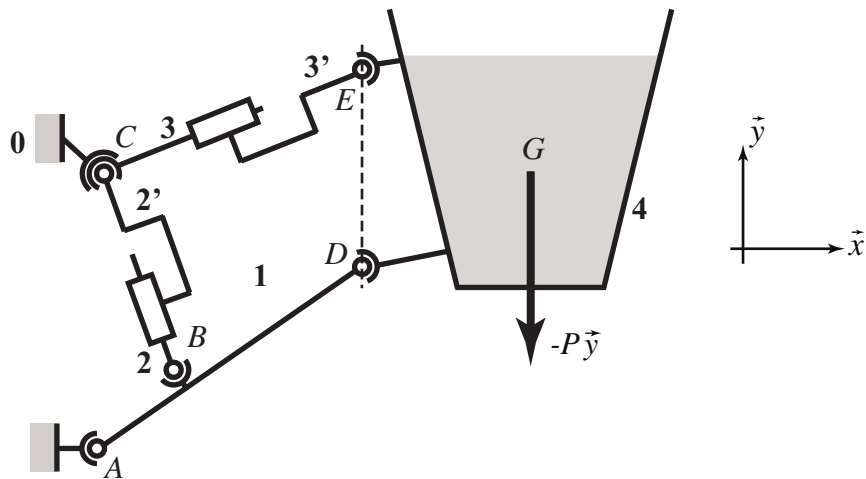


Figure 8 – Système de levage.

Exercice 12

- (A) L'utilisation de chicanes permet de réaliser une étanchéité statique uniquement.
- (B) Lors de la réalisation d'une étanchéité statique par contact direct (par exemple entre deux pièces d'un carter), le nombre de vis et leur pression de serrage sont à choisir précautionneusement pour assurer la meilleure étanchéité possible.
- (C) Un système lubrifié par graissage est forcément lubrifié « à vie ».
- (D) Dans une bonne conception, les deux roues dentées d'un engrenage droit possèdent le même module.
- (E) Dans une bonne conception, lors de l'assemblage de deux pièces par vis, les vis assurent à la fois la fonction « maintenir les deux pièces en position » et la fonction « mettre les deux pièces en position ».