

BANQUE D'ÉPREUVES DUT-BTS

— SESSION 2008 —

ÉPREUVE DE MÉCANIQUE

CODE ÉPREUVE : BE-MÉCA

CALCULATRICE INTERDITE

DURÉE : 2H30

Exercice 1

- (A) Un matériau qui ne reprend pas sa forme et ses dimensions initiales après avoir été déformé est dit non élastique.
- (B) La ductilité caractérise l'aptitude d'un matériau à se déformer plastiquement sans se rompre.
- (C) Lors d'un essai de traction allant jusqu'à rupture, la zone de striction de l'éprouvette correspond à la partie de celle-ci qui ne s'est pas déformée.
- (D) La résilience caractérise la capacité d'un matériau à absorber les chocs sans se rompre.
- (E) La densité du cuivre est inférieure à celle de l'acier.

Exercice 2

- (A) Un joint torique peut être utilisé pour réaliser une étanchéité dynamique.
- (B) Si la pression augmente de manière trop importante, un joint torique risque l'extrusion.
- (C) Un joint à lèvres à contact radial ne doit être utilisé que pour une lubrification à l'huile.
- (D) La vitesse circonférentielle admissible par un joint à lèvres à contact radial est de l'ordre de 10 à 30 m/s.
- (E) Lors de la réalisation d'une liaison encastrement par centrage court, appui plan prépondérant et vis, ces dernières servent à installer un champ de pression au niveau du contact qui permettra, par frottement, de limiter ou de stopper la rotation relative des deux pièces.

Exercice 3

La **Figure 1** représente un arbre en acier de module d'Young E et de coefficient de Poisson ν . Cet arbre est modélisé par une poutre droite de longueur $2L$, de section circulaire S (de rayon R), en appui aux points O et A et sollicitée par un couple $\vec{C} = C\vec{z}$ à son extrémité B . On se place sous l'hypothèse d'Euler-Bernoulli.

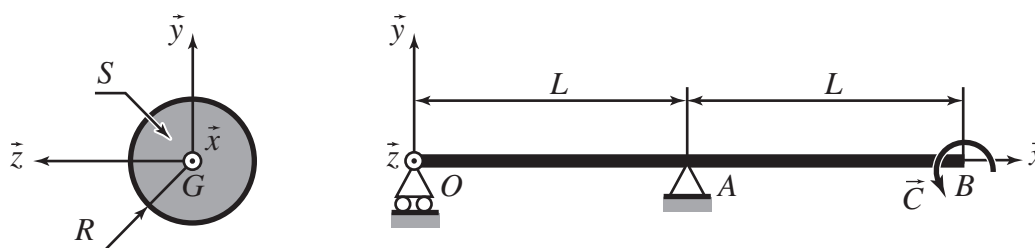


Figure 1 • Arbre en flexion et sa section S

- (A) L'arbre est sollicité en flexion pure.
- (B) Le moment de flexion dans la poutre présente une discontinuité au niveau de la section située en A .

(C) Si on note I le moment quadratique de la section S par rapport à l'axe (G, \vec{z}) , la flèche maximale v_{\max} dans la poutre est telle que :

$$|v_{\max}| = \frac{CL}{6EI}$$

(D) Le moment quadratique I est :

$$I = \frac{\pi R^4}{4}$$

(E) Plus le coefficient de Poisson ν est grand, moins les déformations dans la poutre seront importantes.

Exercice 4

On s'intéresse au mécanisme de transformation de mouvement du moteur à explosion représenté sur la **Figure 2**, à gauche. Ce mécanisme se compose d'un vilebrequin, d'une bielle, d'un piston et d'un cylindre et peut être modélisé par le système bielle-manivelle représenté sur la **Figure 2**, à droite.

Sur ce schéma, on trouve le bâti **0**, le vilebrequin **1**, la bielle **2** et le piston **3**. Le repère $R_0 = (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, lié au bâti **0**, est fixe. Le référentiel correspondant est supposé galiléen. Les solides **1**, **2** et **3** sont munis des repères $R_1 = (A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, $R_2 = (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ et $R_3 = (C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ qui sont tels que $\vec{z}_0 = \vec{z}_1 = \vec{z}_2 = \vec{z}_3$ et que $\vec{x}_3 = \vec{x}_0$. On pose $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ et $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$, mesurés autour de \vec{z}_0 , et on note $\vec{AB} = r\vec{x}_1$, $\vec{BC} = L\vec{x}_2$ et $\vec{AC} = x_3\vec{x}_3$.

On suppose que les termes d'inertie sont négligeables devant l'action mécanique extérieure exercée sur le piston **3** (qui se résume à un glisseur $\vec{F} = -F\vec{x}_3$ d'axe (C, \vec{x}_3)) et devant l'action mécanique extérieure exercée sur le vilebrequin **1** (qui se résume à un couple $\vec{C} = C\vec{z}_0$ au point A). On suppose en outre que toutes les liaisons sont parfaites.

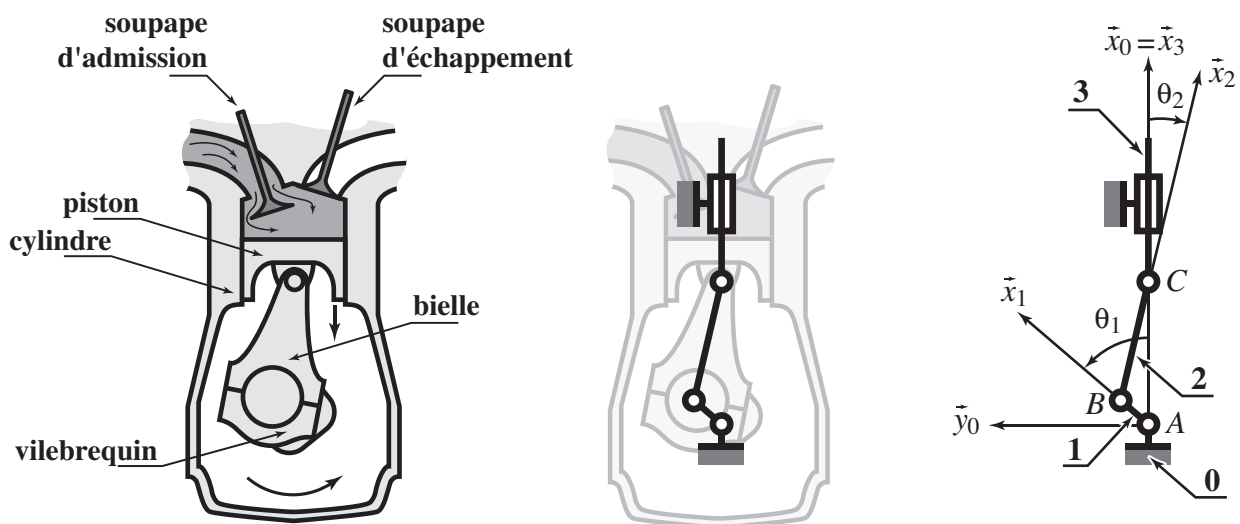


Figure 2 • Moteur à explosion

(A) Dans un moteur à explosion fonctionnant selon un cycle à quatre temps, une combustion a lieu à chaque tour du vilebrequin.

(B) Dans un moteur diesel, le déclenchement de la combustion ne nécessite pas de dispositif d'allumage.

(C) Les paramètres du mouvement sont reliés par la relation :

$$\dot{x}_3 = r(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) \sin \theta_1$$

(D) Si on suppose que l'excentration r du vilebrequin est petite devant la longueur L de la bielle, alors les paramètres du mouvement sont reliés par la relation :

$$\dot{x}_3 = r\dot{\theta}_1 \sin \theta_1$$

(E) Le couple C et l'effort F sont reliés par la relation :

$$C = -Fr \sin \theta_1 \left(1 + \frac{r \cos \theta_1}{\sqrt{L^2 - r^2 \sin^2 \theta_1}} \right)$$

Exercice 5

Le système symbolisé sur la **Figure 3** permet l'embrayage entre un « moteur » et un « récepteur ». La partie mobile du moteur tourne à la vitesse ω_m et a pour inertie J_m autour de l'axe de rotation. Elle est soumise, de la part de la partie fixe, à un couple C_m autour de ce même axe. La partie mobile du récepteur tourne à la vitesse ω_r et a pour inertie J_r . Elle exerce sur l'extérieur un couple C_r . Lorsque l'embrayage est activé, le couple exercé par la partie mobile du moteur sur la partie mobile du récepteur est noté C_e . Les vitesses initiales, avant de débiter la phase d'embrayage, sont respectivement ω_{m0} et ω_{r0} (avec $\omega_{m0} \geq \omega_{r0}$). Durant toute cette phase, les couples C_m , C_r et C_e sont supposés constants.

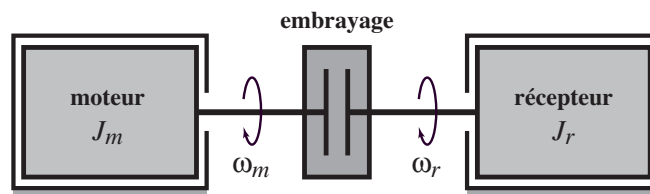


Figure 3 • Embrayage entre un moteur et un récepteur

(A) Le théorème de l'énergie cinétique appliqué au moteur permet d'écrire :

$$J_m \dot{\omega}_m = C_m - C_e$$

(B) Le temps d'embrayage t_e , nécessaire pour avoir égalité de la vitesse du moteur et du récepteur, est :

$$t_e = \frac{\omega_{m0} - \omega_{r0}}{\frac{1}{J_m}(C_e - C_m) + \frac{1}{J_r}(C_e - C_r)}$$

(C) L'énergie W_d dissipée dans l'embrayage pendant toute la phase d'embrayage est :

$$W_d = \frac{1}{2} C_e (\omega_{m0} - \omega_{r0}) t_e$$

(D) La puissance maximale P_{\max} dissipée pendant la phase d'embrayage est :

$$P_{\max} = \frac{1}{2} C_e (\omega_{m0} - \omega_{r0})$$

(E) La puissance moyenne P_{moy} dissipée pendant la phase d'embrayage est :

$$P_{\text{moy}} = \frac{1}{2} C_e (\omega_{m0} - \omega_{r0})$$

Exercice 6

On s'intéresse maintenant au système d'embrayage monodisque schématisé sur la **Figure 4**. Les contacts entre les deux jeux de garnitures ont lieu sous l'effet d'un effort axial F généré par le système presseur. Les garnitures ont la forme d'une couronne de rayon intérieur r et de rayon extérieur R . Le contact est modélisé par la loi de Coulomb, le coefficient d'adhérence est noté f_0 et le coefficient de frottement f . On suppose que la pression p au niveau du contact est uniforme.

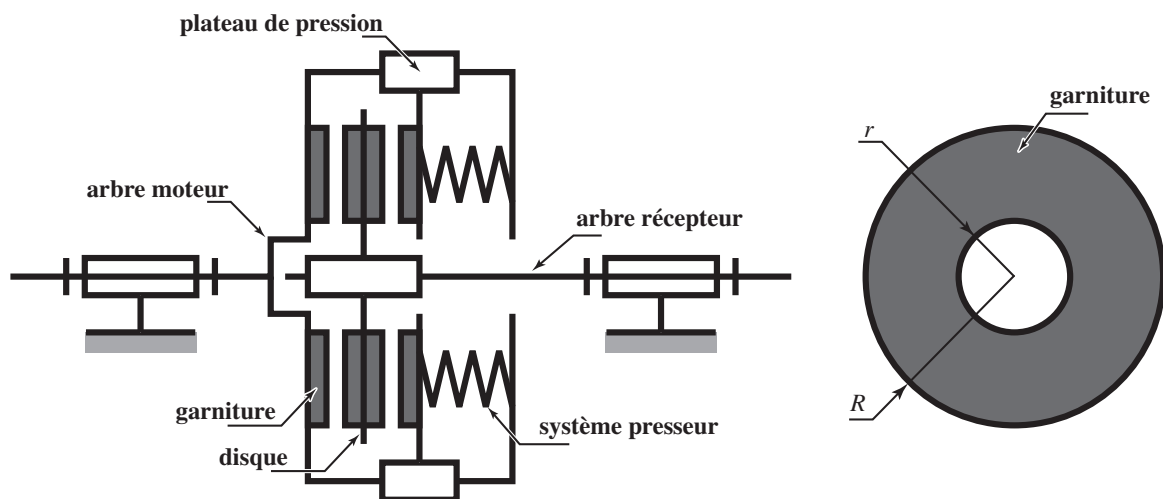


Figure 4 • Embrayage monodisque

(A) La pression p au niveau du contact est donnée par la relation :

$$p = \frac{F}{\pi(R^2 - r^2)}$$

(B) Le couple maximum C_e transmissible par le système d'embrayage est :

$$C_e = \frac{4}{3} \pi f_0 \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} F$$

(C) Un système de lubrification de l'embrayage est parfois nécessaire.

(D) Pour assurer une répartition uniforme de la pression de contact p , il est préférable d'avoir recours à des garnitures de grand rayon extérieur R .

- (E) Le coefficient de frottement à sec entre les matériaux classiquement utilisés pour les garnitures d'embrayage est de l'ordre de 2.
- (F) Dans le cas d'un embrayage multidisque, il est préférable d'avoir un nombre pair de disques afin d'éviter que l'effort axial assurant l'embrayage ne soit repris par les liaisons pivots avec le bâti des arbres moteur et récepteur.

Exercice 7

On se propose dans cet exercice d'étudier les spécifications géométriques portées sur la **Figure 5**.

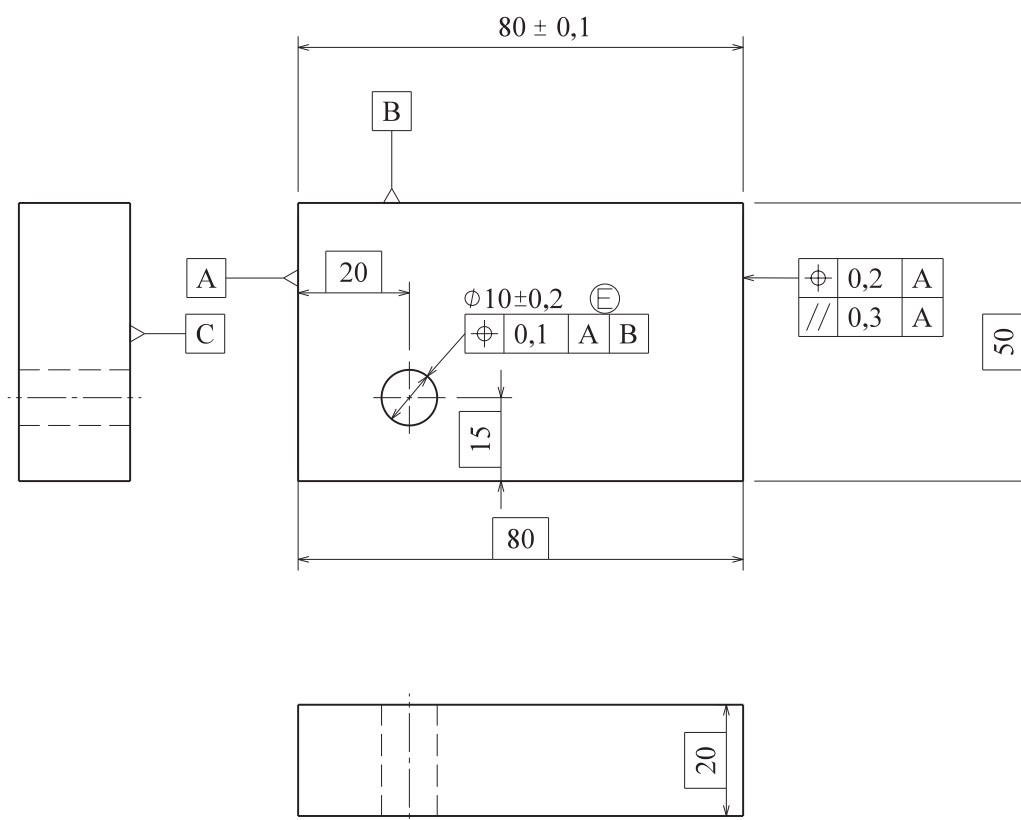


Figure 5 • Spécification géométrique

- (A) Considérons les spécifications $80 \pm 0,1$ d'une part et la cote encadrée 80 associée à la localisation de tolérance 0,1 par rapport à A et B d'autre part. Ces deux spécifications ont exactement la même signification.
- (B) Si la spécification de localisation de tolérance 0,2 par rapport à A est satisfaite, alors celle de parallélisme de tolérance 0,3 par rapport à A l'est aussi.
- (C) La surface de référence B de la localisation de tolérance 0,1 par rapport à A et B est le plan des moindres carrés associé à la surface réelle B et perpendiculaire au plan des moindres carrés associé à la surface réelle A.
- (D) La zone de tolérance de la localisation de tolérance 0,1 par rapport à A et B est un cylindre de diamètre 0,1 mm dont l'axe est distant de 10 mm (respectivement de 20 mm) de la surface de référence A (respectivement B). Ces deux surfaces de référence étant associées aux surfaces réelles de la pièce par un critère normalisé.

- (E) Le symbole « E cerclé » associé à la spécification $\varnothing 10 \pm 0,2$ mm signifie que la surface réelle réputée cylindrique spécifiée doit, entre autres, être comprise dans un cylindre parfait de diamètre $\varnothing 9,8$ mm.

Exercice 8

Considérons le solide indéformable S présenté sur la **Figure 6**. Ce solide S est posé sur un plan horizontal (O, \vec{x}, \vec{z}) immobile par rapport à un référentiel galiléen noté R .

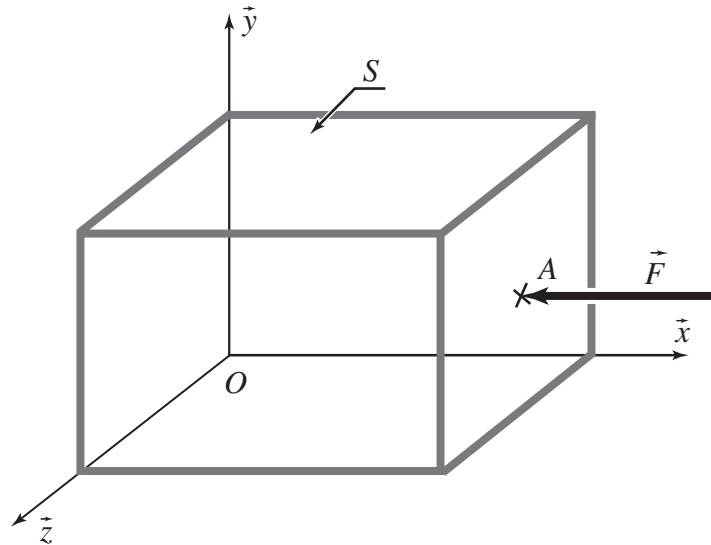


Figure 6 • Équilibre d'un solide posé sur un plan

Le solide S est un parallélépipède rectangle homogène de dimensions L suivant \vec{x} , ℓ suivant \vec{y} et h suivant \vec{z} . On note ρ sa masse volumique. Un effort extérieur est imposé au point A tel que $\vec{OA} = L\vec{x} + \frac{\ell}{2}\vec{y} + \frac{h}{2}\vec{z}$, de telle sorte que le torseur associé soit le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{c} ext \rightarrow S \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F} = -F\vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A$$

On suppose que la liaison entre le solide S et le plan est unilatérale et donc que le solide peut éventuellement basculer sous l'action de l'effort extérieur.

- (A) Pour que le solide S reste immobile par rapport à R , la résultante de l'action mécanique de R sur S (notée $\vec{R}_{R \rightarrow S}$) doit vérifier :

$$\|\vec{R}_{R \rightarrow S}\| = \rho \ell L h g f_0$$

où f_0 désigne le coefficient d'adhérence entre R et S (on utilise ici un modèle de Coulomb) et g l'accélération de la pesanteur.

- (B) Le modèle de frottement de Coulomb utilisé ici donne une information sur $|\vec{R}_{R \rightarrow S} \cdot \vec{x}|$.
 (C) Le coefficient d'adhérence f_0 dépend des couples de matériaux en présence sur la zone de contact.

- (D) Le coefficient d'adhérence est supérieur au coefficient de frottement ce qui explique les phénomènes de « stick-slip » (adhérence-glisement).
- (E) Le solide S bascule si $F > \rho g L \ell^2$.

Exercice 9

On considère l'assemblage claveté entre l'arbre 1 et le pignon 2 représenté sur la **Figure 7** et on désire dimensionner l'arbre 1. On se place dans le cadre classique de la théorie des poutres et on fait l'hypothèse que les effets d'inertie sont négligeables par rapport aux autres actions mécaniques mises en jeu. Le couple transmis par cet assemblage est noté $C_{1 \rightarrow 2}$ et correspond à la projection suivant l'axe de l'arbre du moment de 1 sur 2 exprimé sur un point de l'axe de l'arbre.

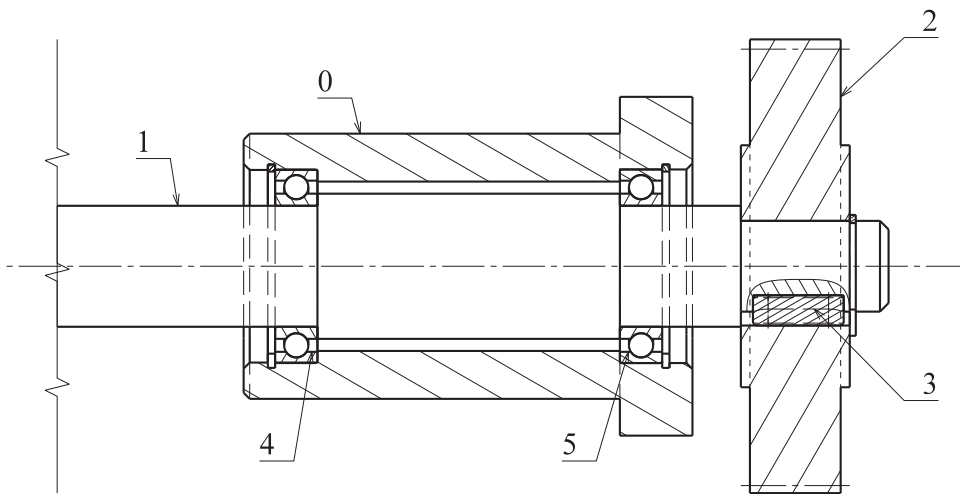


Figure 7 • Assemblage claveté

- (A) En considérant que le matériau est élastique homogène et isotrope, le module de cisaillement G de l'arbre s'exprime en fonction du module d'Young E et du coefficient de poisson ν par la relation :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

- (B) L'utilisation de la théorie des poutres dans la zone de clavetage, lieu d'application de conditions limites, conduit à des résultats peu réalistes.
- (C) La contrainte de cisaillement maximale τ dans l'arbre 1 est telle que :

$$|\tau| = \frac{|C_{1 \rightarrow 2}| d}{GI} \frac{d}{2} \quad \text{avec} \quad I = \frac{\pi d^4}{64}$$

où d désigne le plus petit diamètre de l'arbre.

- (D) La clavette est sollicitée principalement en flexion.
- (E) La longueur d'une clavette est déterminée par un critère de pression maximale admissible correspondant au non matage de la clavette.

Exercice 10

On reprend ici le montage de la **Figure 7** et on s'intéresse cette fois à la liaison par éléments roulants entre l'arbre 1 et le boîtier 0.

- (A) Le montage est constitué de deux roulements à billes à contact oblique, numérotés 4 et 5, montés en « X ».
- (B) Si on néglige tous les jeux, les roulements utilisés, tels qu'ils sont montés, n'autorisent qu'un mouvement de rotation de l'arbre par rapport au boîtier.
- (C) On considère que la résultante des efforts extérieurs sur l'arbre 1 est uniquement due aux efforts extérieurs appliqués sur le pignon 2. La direction de cette résultante est fixe par rapport à l'arbre 1.
- (D) Il est conseillé de monter les bagues intérieures des roulements serrées sur l'arbre 1.
- (E) Un ajustement glissant entre bague intérieur et arbre peut être réalisé en imposant une tolérance de type $k6$ sur le diamètre de l'arbre.

Exercice 11

On considère dans cet exercice le mécanisme de la croix de malte représenté sur la **Figure 8**. Ce mécanisme est constitué d'un bâti, d'un plateau d'entrée P , d'une came de sortie C et d'un galet G en mouvement plan sur plan de normale \vec{z} . La modélisation proposée est la suivante : le plateau P est en liaison pivot d'axe (A, \vec{z}) avec le bâti ; La came C est en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}) avec le bâti ; le galet G est en liaison pivot d'axe (B, \vec{z}) avec le plateau P .

Le fonctionnement comporte deux phases. Dans la phase 1 (**Figure 9**), le galet est supposé rouler sans glisser sur la came en un point noté I (contact sur un seul flanc de la rainure). Sur cette figure sont définies la base (\vec{x}, \vec{y}) liée au bâti et la base (\vec{a}, \vec{b}) liée à la came. On note $\theta = (\vec{x}, \vec{a})$ l'angle de sortie et $\alpha = (\vec{x}, \vec{AB})$ l'angle d'entrée. Dans la phase 2 (**Figure 10**), le plateau est supposé en liaison linéaire annulaire avec la came, le galet est alors désengagé de la rainure. On note $\vec{OA} = L\vec{x}$.

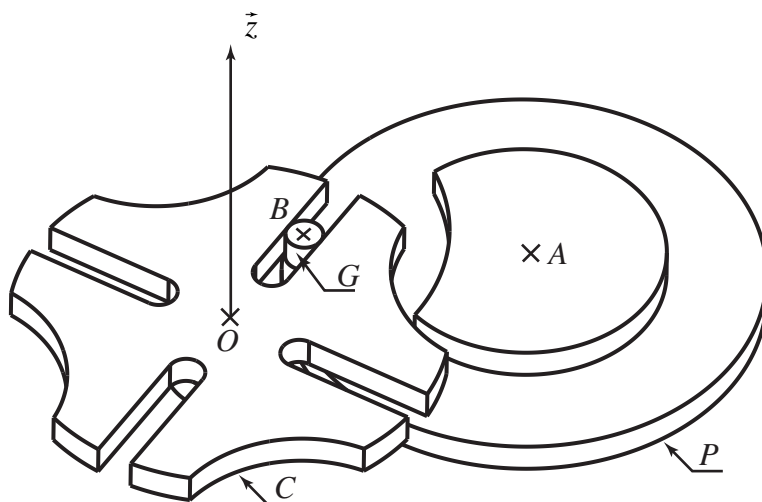


Figure 8 • Mécanisme de la croix de malte

Dans cet exercice, on se place dans la phase de fonctionnement 1 et on suppose que le plateau a une vitesse de rotation constante par rapport au bâti.

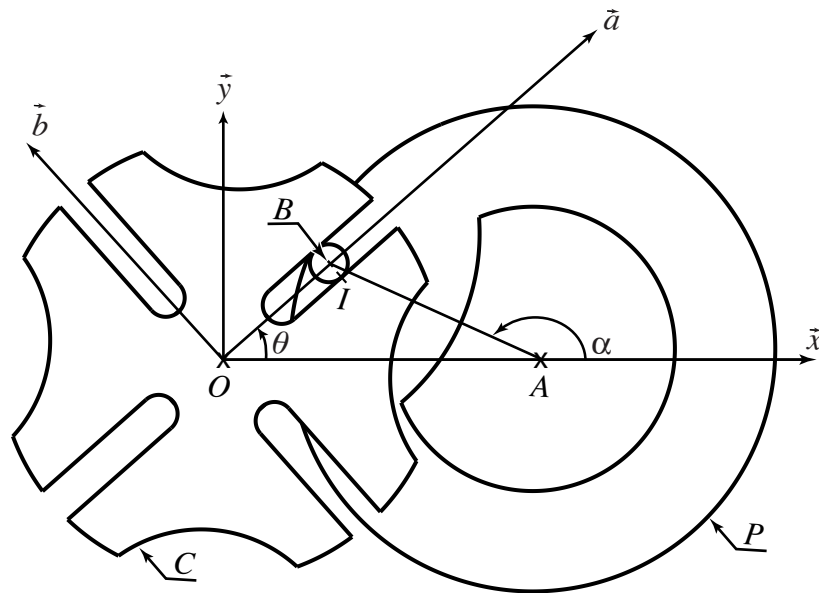


Figure 9 • Phase 1

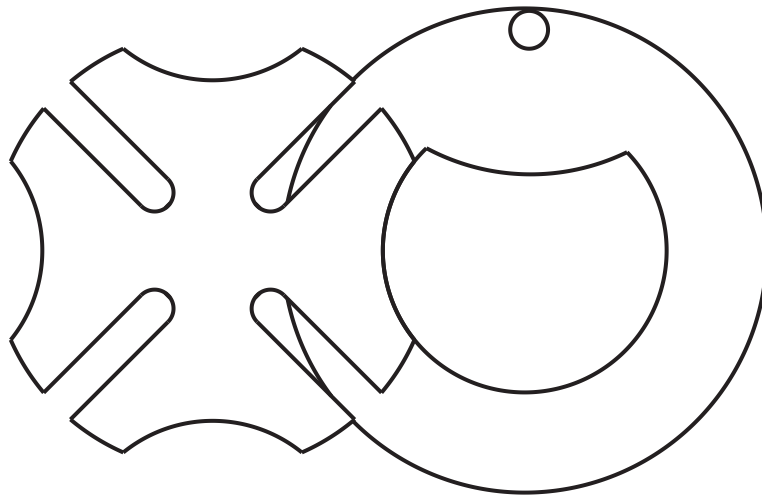


Figure 10 • Phase 2

(A) La condition de roulement sans glissement entre le galet et la came s'écrit :

$$\vec{V}(I, C/G) = \vec{0}$$

(B) La condition de non pénétration entre le galet et la came s'écrit :

$$\vec{V}(I, C/b\hat{a}t) \cdot \vec{b} = \vec{V}(I, b\hat{a}t/G) \cdot \vec{b}$$

(C) La loi entrée-sortie du mécanisme, au cours de cette phase, s'écrit :

$$L + \|\vec{AB}\| \cos \alpha - \|\vec{OB}\| \cos \theta = 0$$

(D) Si on fait l'hypothèse que l'on reste dans un état d'équilibre statique, la relation entre les couples C_e et C_s , exercés par l'extérieur sur le plateau d'entrée P et sur la came C et portés par l'axe \vec{z} est :

$$\frac{C_s}{C_e} = -\frac{\|\vec{AB}\|}{\|\vec{OB}\|}$$

- (E) Si on considère maintenant les deux phases de fonctionnement, lorsque le plateau P effectue un tour complet, la came C effectue un quart de tour.

Exercice 12

Dans cet exercice, on reprend le mécanisme de la croix de malte proposé précédemment ainsi que les notations associées.

- (A) Dans la phase de fonctionnement 1, en considérant l'hypothèse de roulement sans glissement en I , le mécanisme présente 2 mobilités.
- (B) Dans cette même phase, la modélisation du mécanisme est isostatique.
- (C) Dans un mécanisme dont le modèle est isostatique, il n'est pas systématiquement possible de pouvoir déterminer l'ensemble des actions mécaniques dans les liaisons.
- (D) Dans la phase de fonctionnement 2, la modélisation du mécanisme est hyperstatique d'ordre 1 en 2 dimensions et d'ordre 2 en trois dimensions.
- (E) Dans cette même phase de fonctionnement, le mécanisme présente 2 degrés de mobilité.