

### Question 1

La **figure 1.1** est la modélisation sous forme de schéma cinématique d'un joystick. Les deux mouvements possibles entre le manche (1) et le carter (0) sont deux rotations. Ces mouvements sont récupérés sur deux arbres (2) et (3) reliés à des capteurs de rotation. La liaison entre (1) et (3) est une ponctuelle, et celle entre (1) et (2), un appui plan.

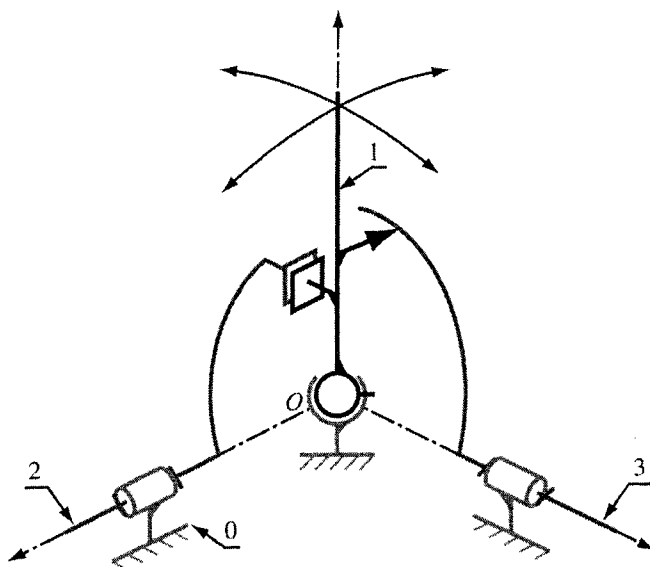


Figure 1.1

- (A) La liaison entre (0) et (1) est une rotule à doigt.
- (B) Ce mécanisme tridimensionnel possède un degré d'hyperstatisme égal à 1.
- (C) Changer la liaison pivot entre (0) et (2) en pivot glissant permet de diminuer le degré d'hyperstatisme du mécanisme.
- (D) Changer la liaison appui plan entre (1) et (2) en liaison ponctuelle permet d'obtenir un mécanisme isostatique.
- (E) Un mécanisme isostatique est toujours préférable à un mécanisme hyperstatique.

### Question 2

On s'intéresse à la modélisation donnée sur la **figure 2.1** d'une rectifieuse en cours de travail. Le mouvement est supposé plan. La meule (1) en liaison pivot d'axe  $(A, \vec{z})$  avec le bâti (0) et la pièce (2) est rigidement liée à la table (3) qui est en liaison glissière de direction  $\vec{x}$  par rapport au bâti (0). Toutes ces liaisons sont supposées parfaites.

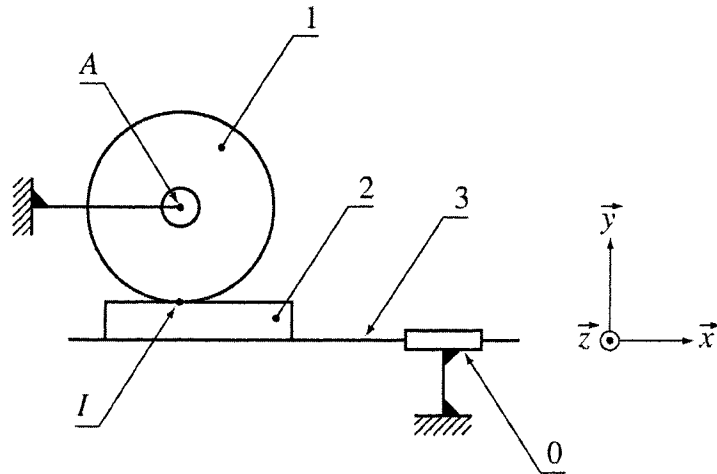


Figure 2.1

La vitesse de rotation de la meule (1), de diamètre  $D$ , par rapport à (0) est  $\omega_1 \vec{z}$ . La vitesse de translation de la table (3) par rapport à (0) est  $V \vec{x}$ .  $I$  est le point géométrique de contact entre la meule (1) et la pièce (2). L'action de (1) sur (2) est modélisée par le torseur d'action mécanique

$$I \left\{ \begin{array}{l} T \vec{x} + N \vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

(A) La vitesse de  $I$  par rapport à (0) est  $\vec{V}(I/0) = V \vec{x}$

(B) La vitesse de  $I$  par rapport à (1) est  $\vec{V}(I/1) = V \vec{x}$

(C) La vitesse de (1) par rapport à (2) en  $I$  est  $\vec{V}(1, 2/I) = V \vec{x}$

(D) La puissance des actions mécaniques de (1) sur (2) par rapport à (0) est

$$\mathcal{P}(1 \rightarrow 2 / 0) = T V$$

(E) La puissance des actions mécaniques de (1) sur (2) par rapport à (1) est

$$\mathcal{P}(1 \rightarrow 2 / 1) = T V$$

### Question 3

On reprend la rectifieuse de la **question 2**. Le mouvement de la table (3) par rapport à (0) (translation de vitesse  $V \vec{x}$ ) est réalisé en entraînant en rotation la pièce (4), qui est en liaison pivot d'axe  $(B, \vec{x})$  avec le bâti (0), et en liaison avec la table (3) comme décrit sur la **figure 3.1** (qui représente les mêmes liaisons suivants les deux normes en vigueur). Toutes ces liaisons sont supposées parfaites. La vitesse de rotation de (4) par rapport à (0) est  $\omega \vec{x}$ . On suppose que  $V$  et  $\omega$  sont tous deux positifs.

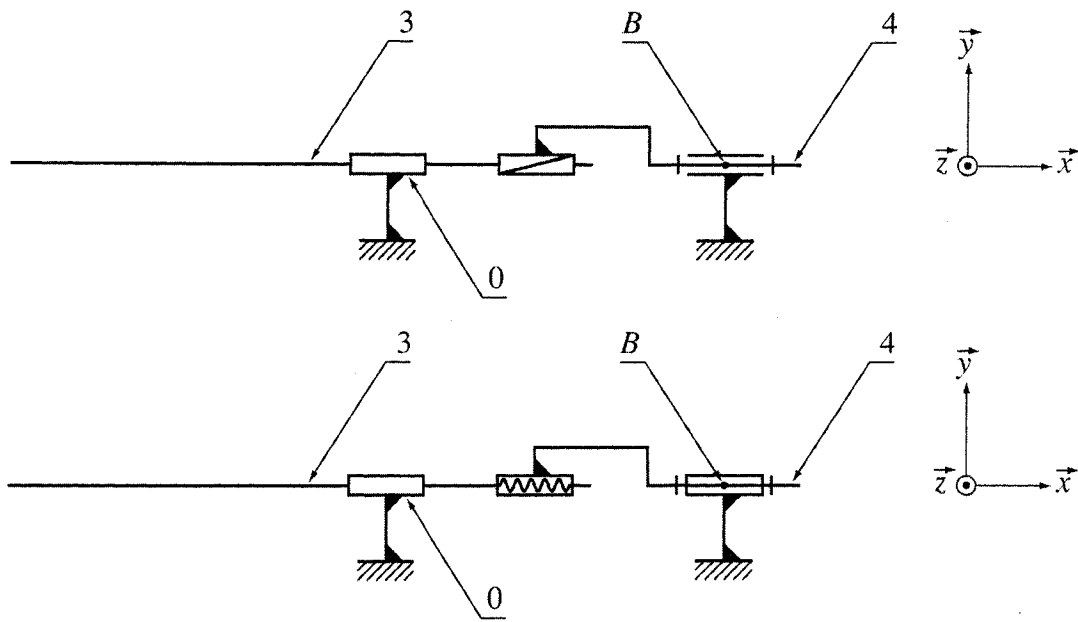


Figure 3.1

(A) La liaison entre (3) et (4) est une liaison hélicoïdale d'axe  $(B, \vec{x})$ .

(B) Le pas de la liaison entre (3) et (4) est

$$p = \frac{2 \pi V}{\omega}$$

(C) Si la vitesse  $V$  est constante, la résultante de l'effort exercé par (4) sur (3), en projection sur  $\vec{x}$  est  $-T$

(D) Si la vitesse  $V$  est constante, le couple qu'il faut exercer sur (4) pour l'entraîner en rotation a une projection sur  $\vec{x}$  égale à

$$-\frac{T V}{\omega}$$

(E) Le système constitué des pièces (3), (4) et du bâti (0) a un degré d'hyperstatisme égal à 4 si on le considère comme un mécanisme tridimensionnel.

#### Question 4

Un barrage poids en béton (masse volumique  $\rho_b$ ), de section droite trapézoïdale (caractérisée par les paramètres  $a$  et  $b$ , hauteur  $h$  et de largeur  $L$ ) repose sur un massif (**figure 4.1**).

L'eau exerce sur la paroi verticale du barrage une action mécanique définie par sa densité surfacique

$$\vec{f}_M = \rho_e g (h - z) \vec{x}$$

où  $\rho_e$  est la masse volumique de l'eau,  $g$  est l'accélération de la pesanteur et  $z$  est la cote du point  $M$ .

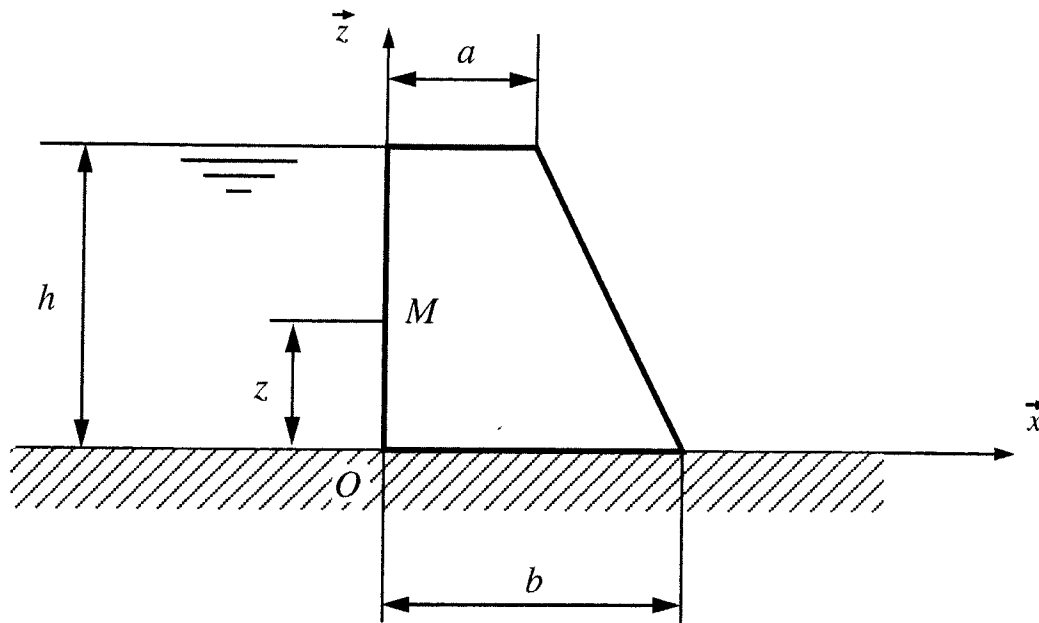


Figure 4.1

(A) Le torseur des actions mécaniques de l'eau sur le barrage en  $O$  est

$${}_O \begin{Bmatrix} \rho_e g \frac{h^2}{2} L \vec{x} \\ \rho_e g \frac{h^3}{6} L \vec{y} \end{Bmatrix}$$

(B) Le torseur des actions mécaniques de l'eau sur le barrage est un glisseur.

(C) L'axe central  $\Delta$  du torseur des actions mécaniques de l'eau sur le barrage est horizontal et passe par le point  $H$  défini par  $\overline{OH} = \frac{h}{4} \vec{z}$ .

(D) L'action mécanique du sol sur le barrage ne peut pas être un glisseur dans la mesure où la liaison entre le barrage et le sol est un appui plan.

(E) L'abscisse du centre de gravité du barrage est

$$x_G = \frac{a^2 + b^2 + ab}{3(a+b)}$$

### Question 5

(A) On peut augmenter le module d'Young d'un acier en réalisant une trempe suivie d'un revenu.

(B) Un acier faiblement allié est un acier dans lequel un élément d'addition peut avoir une teneur jusqu'à 10 %.

(C) Une fonte est un alliage de fer et de carbone contenant au moins 5 % de carbone.

(D) Le laiton est un alliage de cuivre et de zinc.

(E) Le module d'Young d'un acier a une valeur comprise entre 100 MPa et 500 MPa.

### Question 6

On considère le montage de roulements de la **figure 6.1**. L'arbre (1) est soumis à un effort extérieur ayant à la fois une composante axiale et une composante radiale.

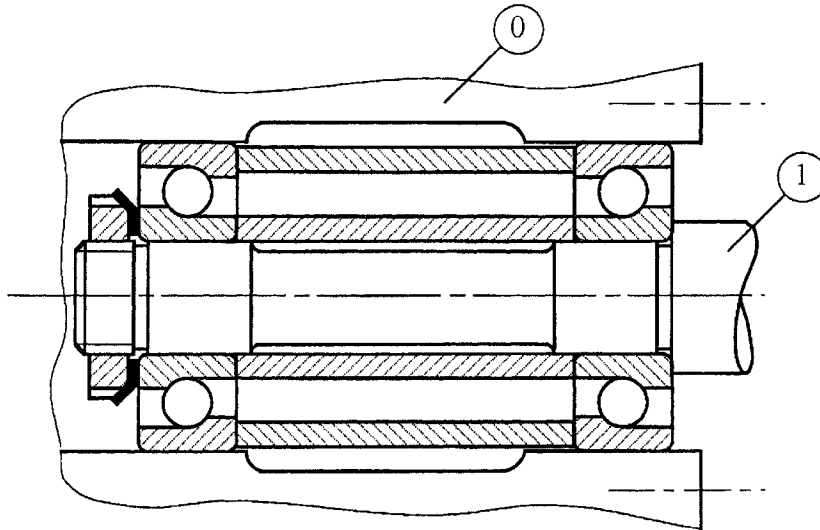


Figure 6.1

- (A) Le montage de roulements représenté sur la **figure 6.1** est correct.
- (B) Un roulement à une rangée de billes à contact oblique accepte une charge axiale plus importante qu'un roulement rigide à billes de même dimension.
- (C) Le montage représenté sur la **figure 6.1** est qualifié de montage en « O ».
- (D) L'entretoise entre les bagues intérieures a un rôle de réglage.
- (E) L'angle de rotulage admissible par un roulement à une rangée de billes à contact oblique a un ordre de grandeur compris entre  $8^\circ$  et  $12^\circ$ .

### Question 7

- (A) Le solide ( $S$ ) est un disque de centre  $O$ , de rayon  $a$ , d'axe  $(O, \vec{z})$ , d'épaisseur supposée négligeable, homogène et de masse  $m$  (**figure 7.1**). Les moments d'inertie par rapport aux axes du repère  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  lié au solide ( $S$ ) sont

$$I_{Oz} = \frac{m a^2}{2} \quad \text{et} \quad I_{Ox} = I_{Oy} = \frac{m a^2}{4}$$

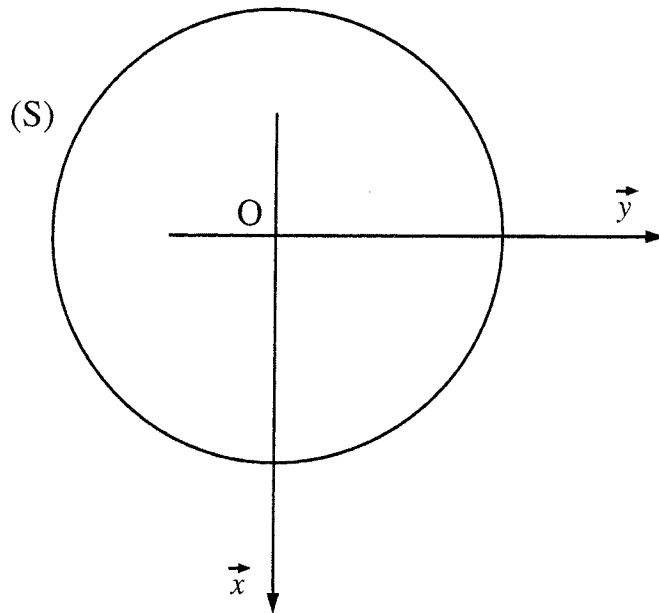


Figure 7.1

- (B) Le solide ( $S'$ ) est un demi-disque de centre  $O$ , de rayon  $a$ , d'axe  $(O, \vec{z})$ , d'axe de symétrie  $(O, \vec{x})$ , d'épaisseur supposée négligeable, homogène et de masse  $m$  (figure 7.2). Les moments d'inertie par rapport aux axes du repère  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  lié au solide ( $S'$ ) sont

$$I_{Oz} = \frac{m a^2}{2} \quad \text{et} \quad I_{Ox} = I_{Oy} = \frac{m a^2}{4}$$

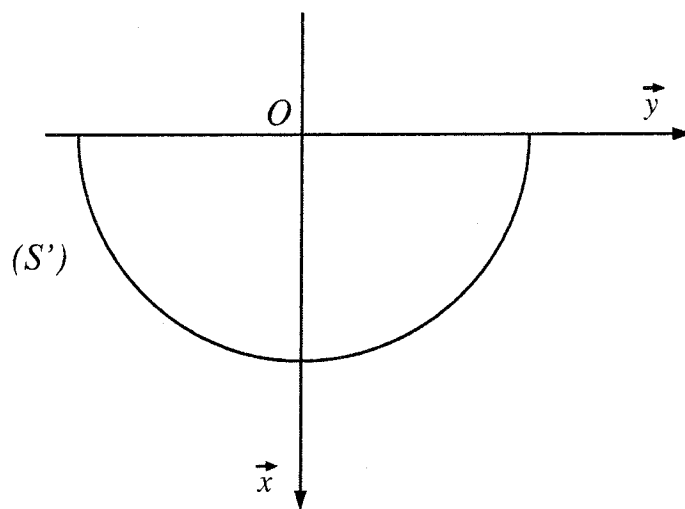


Figure 7.2

- (C) La relation entre le moment dynamique en  $A$ ,  $\vec{\delta}(A, E/R)$ , et le moment cinétique en  $A$ ,  $\vec{\sigma}(A, E/R)$  de l'ensemble matériel ( $E$ ) (de masse  $m$  et de centre d'inertie  $G$ ) dans son mouvement par rapport au référentiel  $R$ , est

$$\vec{\delta}(A, E/R) = \left[ \frac{d}{dt} \vec{\sigma}(A, E/R) \right]_R + m \vec{V}(A/R) \wedge \vec{V}(G/R)$$

- (D) La relation entre le moment dynamique en  $A$ ,  $\vec{\delta}(A, E/R)$ , et le moment cinétique en  $A$ ,  $\vec{\sigma}(A, E/R)$ , de l'ensemble matériel ( $E$ ) (de masse  $m$  et de centre d'inertie  $G$ ) dans son mouvement par rapport au référentiel  $R$ , est

$$\vec{\delta}(A, E/R) = \left[ \frac{d}{dt} \vec{\sigma}(A, E/R) \right]_R + m \vec{V}(A \in E/R) \wedge \vec{V}(G \in E/R)$$

- (E) L'énergie cinétique,  $T(E/R)$ , de l'ensemble matériel ( $E$ ) (de masse  $m$  et de centre d'inertie  $G$ ) dans son mouvement par rapport au référentiel  $R$ , est

$$T(E/R) = \frac{1}{2} m V^2(G \in E/R)$$

### Question 8

La **figure 8.1** présente une ensemble de spécifications portant sur 2 pièces : un carter avec un alésage, et un arbre cylindrique.

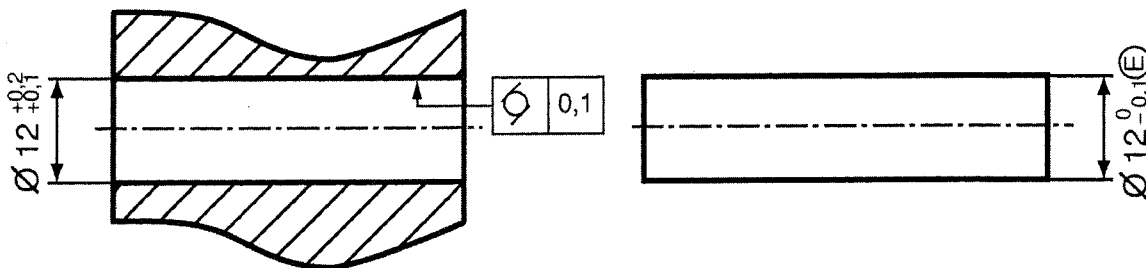


Figure 8.1

- (A) On peut monter entre eux, sans forcer, n'importe quel carter avec n'importe quel arbre satisfaisant chacun aux spécifications précédentes.
- (B) Si on enlève la spécification symbolisée par  $\textcircled{E}$ , on peut encore monter entre eux, sans forcer, n'importe quel carter avec n'importe quel arbre satisfaisant à ces spécifications.
- (C) Si on enlève la spécification symbolisée par  $\textcircled{D}$ , on peut encore monter entre eux, sans forcer, n'importe quel carter avec n'importe quel arbre satisfaisant à ces spécifications.
- (D) La spécification symbolisée par  $\textcircled{D}$  est une spécification de forme.
- (E) La spécification symbolisée par  $\textcircled{E}$  est une concentricité.

### Question 9

Sur la **figure 9.1**, on considère une poutre de longueur  $L$ , supportée à ses deux extrémités par un appui simple. Elle est sollicitée à l'une de ses extrémités, notée  $A$ , par un couple pur  $C \vec{z}$  au centre de sa section ( $C \geq 0$ ). Le repère  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  est orthonormé direct. Elle est réalisée dans un matériau de module d'Young  $E$  et son moment quadratique de flexion autour de  $\vec{z}$  est noté  $I$ .

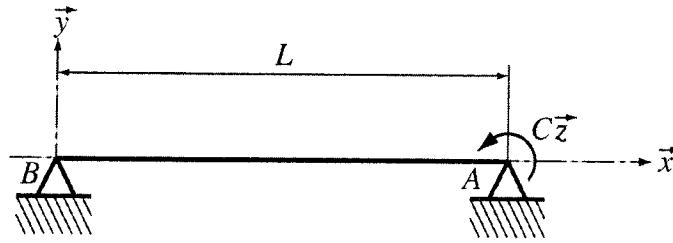


Figure 9.1

(A) L'action du bâti sur la poutre en A possède une projection sur  $\vec{y}$  égale à

$$-\frac{C}{L}$$

(B) La poutre est sollicitée en flexion pure.

(C) Le moment de flexion dans une section droite, est maximum en valeur absolue au point A.

(D) Le moment de flexion dans une section droite, est maximum en valeur absolue au point B.

(E) Avec un modèle de poutre d'Euler-Bernoulli, l'angle de rotulage au droit du point A est

$$\frac{CL}{3EI}$$

### Question 10

La **figure 10.1** représente un dispositif conçu pour déterminer le moment d'inertie d'un solide ( $S$ ) par rapport à son axe de révolution matérielle, à partir de la mesure de la période de son oscillation sur deux portées cylindriques d'un bâti ( $\Sigma$ ).

Le référentiel galiléen lié au bâti ( $\Sigma$ ) est muni du repère  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ . On désigne par  $\vec{g} = g \vec{x}$  l'accélération de la pesanteur. Les deux portées cylindriques du bâti ( $\Sigma$ ) sont deux éléments cylindriques de révolution d'axe  $(O, \vec{z})$  et de rayon  $r$ . Le solide ( $S$ ) de masse  $m$ , de centre d'inertie  $C$ , possède deux axes de même rayon  $a$  ( $a < r$ ). L'étude se ramène à celle d'un problème plan.

L'axe de ( $S$ ), de centre  $C$ , roule sans glisser au point  $A$  sur la portée cylindrique de ( $\Sigma$ ).

Soit  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})$  le repère tel que le point  $C$  soit sur l'axe  $(O, \vec{x}_1)$ . On pose :  $\theta = (\vec{x}, \vec{x}_1)$ .

Soit  $R_2(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z})$  un repère lié à ( $S$ ). On pose :  $\varphi = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ . On suppose que  $\varphi = 0$ , lorsque  $\theta = 0$ .

On note  $I$  le moment d'inertie de ( $S$ ) par rapport à son axe de symétrie  $(C, \vec{z})$ , et  $f$  le coefficient de frottement entre ( $S$ ) et ( $\Sigma$ ).



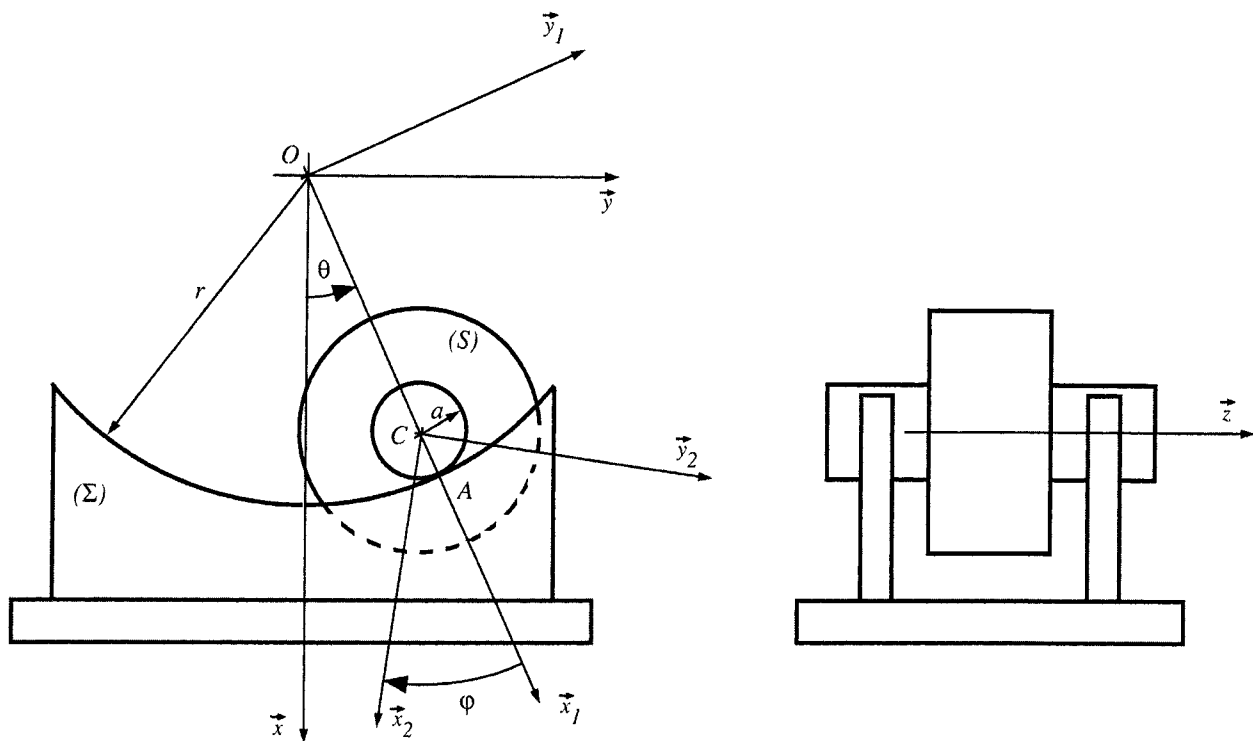


Figure 10.1

(A) Les deux angles  $\varphi$  et  $\theta$  sont liés entre eux par la relation

$$r\theta = a\varphi$$

(B) L'équation du mouvement de (S) par rapport à R est donnée par la relation

$$\frac{1}{2} \left[ I \left( 1 - \frac{r}{a} \right)^2 + m(r-a)^2 \right] \dot{\theta}^2 = m g (r-a) \cos \theta$$

(C) Si on suppose que l'angle  $\theta$  reste petit au cours du mouvement, la période des oscillations  $T$  est donnée par

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} (r-a) \left( 1 + \frac{I}{ma^2} \right)$$

(D) On suppose qu'à l'instant  $t = 0$ ,  $\theta = \theta_0$  et  $\dot{\theta} = 0$ . La valeur maximale de  $\theta_0$  pour que (S) roule sans glisser est

$$\theta_{0\max} = f \left( 1 + \frac{ma^2}{I} \right)$$

(E) Sachant que  $T = 5$  secondes, la valeur du moment d'inertie  $I$  de (S) est comprise entre les bornes suivantes

$$0,05 \leq I \leq 0,06$$

### Question 11

On considère un acier utilisé pour la fabrication des roulements, le 100Cr6.

- (A) 100 signifie que cet acier contient 0,1 % de carbone.
- (B) Un ordre de grandeur de sa résistance élastique, après trempe, est 100 MPa.
- (C) Cr signifie que cet acier contient du chrome.
- (D) 6 signifie que cet acier contient 6 % de l'élément Cr.
- (E) Cr signifie que cet acier contient du cobalt.

### Question 12

On considère dans cette question un arbre creux (**figure 12.1**) sollicité par un couple  $C\vec{x}$ . Cet arbre est modélisé par une poutre droite. La contrainte maximale dans la section droite de l'arbre est notée  $\sigma_c$ . Les diamètres intérieur et extérieur sont notés  $D$  et  $d$  respectivement. Cet arbre est réalisé en acier de module d'Young  $E$  et de coefficient de Poisson  $\nu$ .

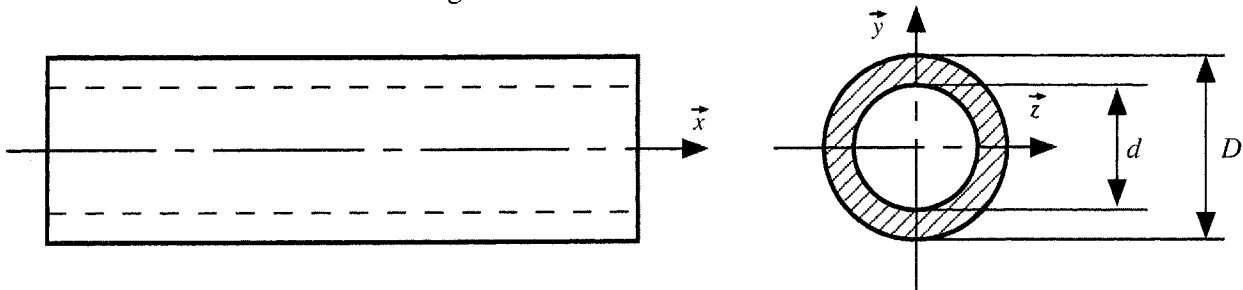


Figure 12.1

- (A) La contrainte maximale dans la section est atteinte sur le diamètre  $(d+D)/2$ .
- (B) La contrainte maximale dans la section vaut

$$\sigma_c = \frac{16DC}{\pi(D^4 - d^4)}$$

- (C) Si le critère de dimensionnement est la limite d'élasticité, multiplier les diamètres  $D$  et  $d$  par un coefficient  $\alpha$  ( $\alpha > 1$ ) permet de multiplier le couple maximal que peut supporter l'arbre par un coefficient  $\alpha^2$ .
- (D) Le module de cisaillement  $G$  du matériau est relié au module d'Young  $E$  et au coefficient de Poisson  $\nu$  par la relation

$$G = \frac{E}{2(1-\nu)}$$

- (E) Pour un matériau ductile, la limite d'élasticité en cisaillement est à peu près deux fois inférieure à la limite d'élasticité en traction.