

CONCOURS ATS

SESSION 2010

Epreuve de Sciences Industrielles

Durée : 5 Heures

1. Présentation du système

Le dispositif étudié est un système permettant de limiter ou d'interdire la circulation dans des zones à accès réservé. Ce dispositif comporte :

- un caisson intégrant la partie opérative, à savoir une borne motorisée rétractable dans le sol,
- un caisson intégrant la partie commande comportant :
 - une platine électronique de gestion,
 - une batterie d'alimentation électrique du système,
 - des cellules photovoltaïques assurant la charge de la batterie.

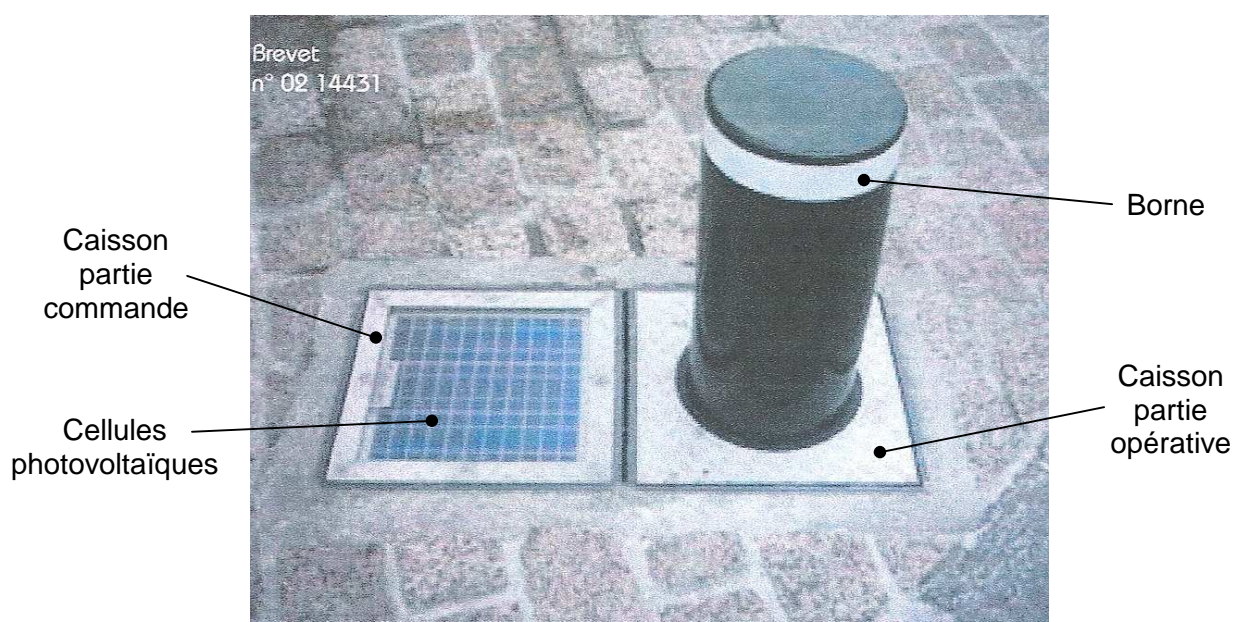


Figure 1.a : Vue d'ensemble du système

1.1. Problématique et objectif de l'étude

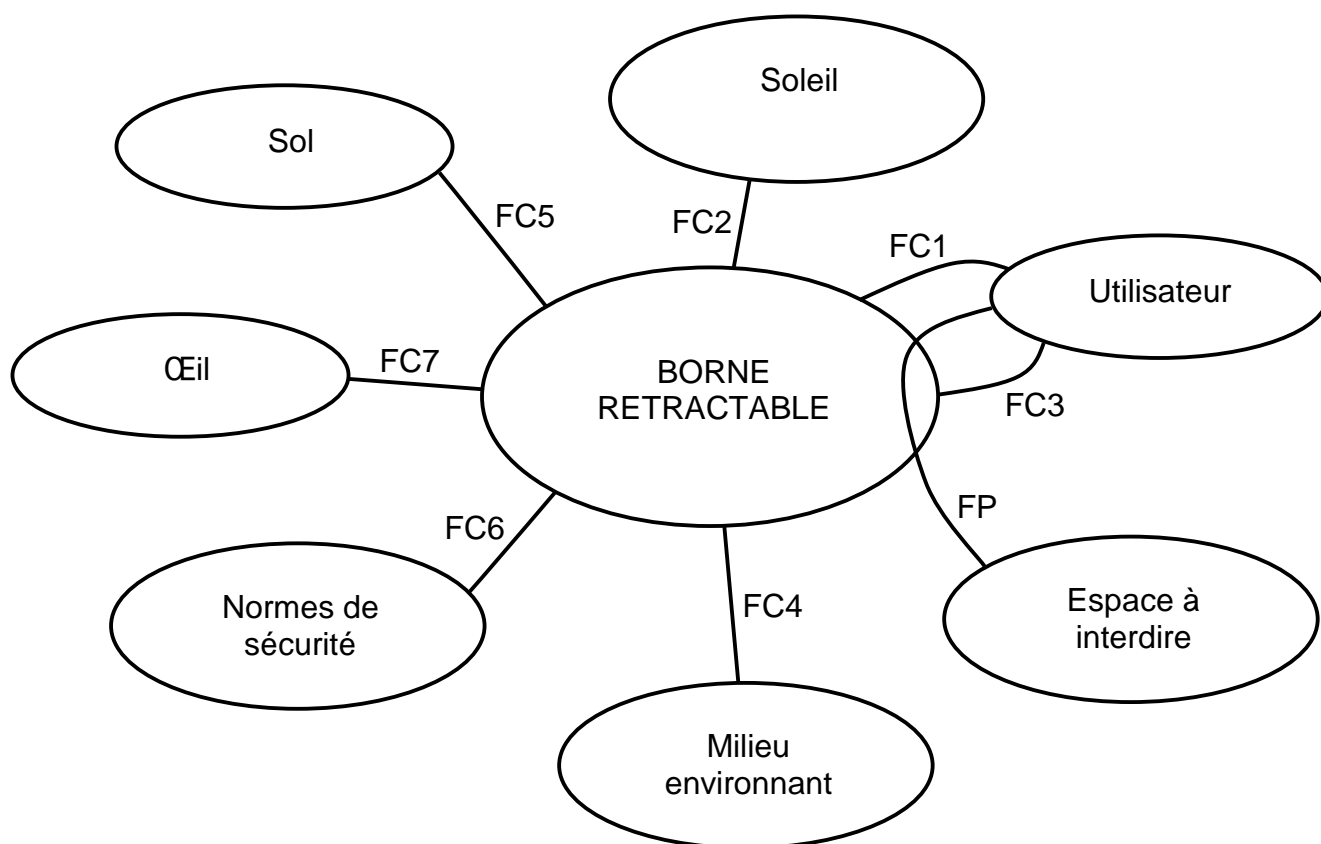
Selon son concept innovant et breveté, le système utilise un module solaire pour recharger sa batterie. L'installation d'une borne de ce type ne nécessite aucune tranchée, aucun raccordement, ni abonnement EDF ; son alimentation est gratuite et peut être envisagée sur n'importe quel site.

Cependant, le fonctionnement du système est limité à un nombre de cycles dont la valeur dépend des conditions d'ensoleillement.

La problématique majeure pour ce système est donc d'atteindre une autonomie suffisante, tout en minimisant le coût et l'encombrement des moyens de production et de stockage de l'énergie électrique.

L'objectif général de l'étude est de modéliser le système pour quantifier sa consommation énergétique et son autonomie.

1.2. Fonctions de service, diagramme des interactions



Fonctions de service :

FP : Permettre à l'utilisateur d'interdire ou d'autoriser un espace aux véhicules de type automobile.

FC1 : Etre commandée à distance.

FC2 : Recevoir l'énergie solaire.

FC3 : Permettre d'être actionnée manuellement en cas de panne électrique.

FC4 : Résister aux agressions du milieu extérieur (corrosion, chocs, ...).

FC5 : Etre mise en place dans le sol.

FC6 : Respecter les normes de sécurité mécanique et électrique.

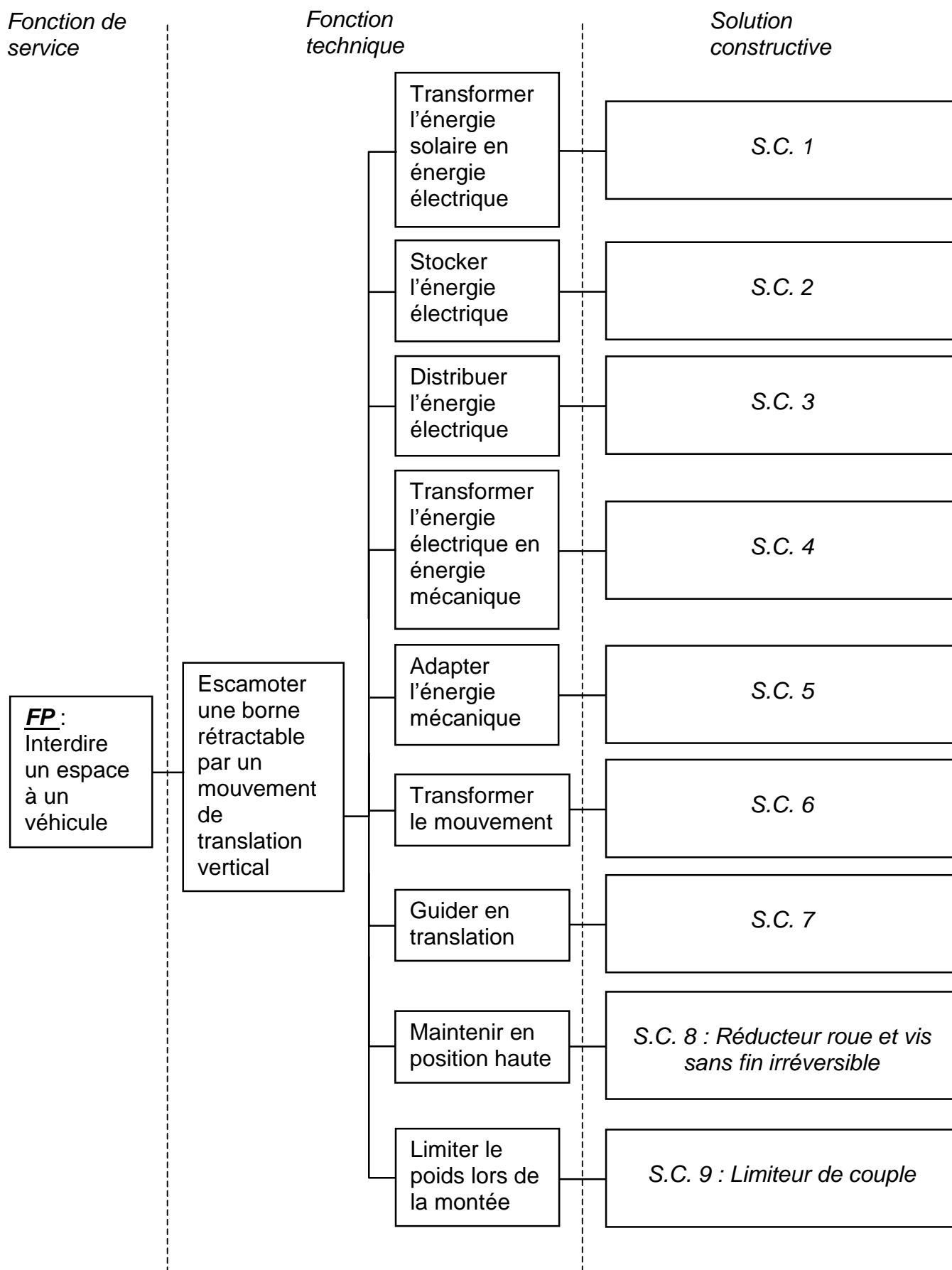
FC7 : Etre esthétique.

1.3. Caractérisation partielle des fonctions

| Fonction | Critère | Niveau |
|----------|--|---|
| FP | Temps de sortie (ou de rentrée) | 6 s maximum |
| | Hauteur de la borne sortie correspondant à la course de la borne | 500 mm |
| | Diamètre de la borne | 210 mm |
| | Poids maximum soutenu avec le plot relevé | 80 daN |
| | Poids maximum supportable sur le plot abaissé | 15 000 daN |
| | Poids maximum supportable lors de la montée du plot | 80 daN maximum en fin de course du plot |
| | Autonomie | 100 cycles par jour en été 50 cycles par jour en hiver |
| FC5 | Encombrement | <p>Les niveaux supérieurs des caissons et de la borne en position basse ne doivent pas dépasser le niveau du sol.</p> <p>Dimensions caisson borne : 400 mm x 400 mm pour la surface au sol et 600 mm pour la profondeur</p> <p>Dimensions caisson panneau solaire : 400 mm x 400 mm pour la surface au sol et 300 mm pour la profondeur</p> |

FIABILITE : Durée de vie > 10 000 heures de fonctionnement

1.4. FAST partiel associé à la fonction principale FP



1.5. Remarque préalable sur les notations à adopter en mécanique

- en cinématique :

Le torseur cinématique du mouvement du solide j par rapport au solide i, au point A dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, sera noté :

$$\{V(j/i)\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}(j/i) \\ \vec{V}(A, j/i) \end{array} \right\} \quad \text{avec } \vec{\Omega}(j/i) = p_{ji} \vec{x} + q_{ji} \vec{y} + r_{ji} \vec{z} \\ \text{et } \vec{V}(A, j/i) = u_{ji} \vec{x} + v_{ji} \vec{y} + w_{ji} \vec{z}$$

- en statique :

Le torseur des actions mécaniques transmissibles par la liaison entre les solides i et j, au point A dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, sera noté :

$$\{T(i \rightarrow j)\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(i \rightarrow j) \\ \vec{M}_A(i \rightarrow j) \end{array} \right\} \quad \text{avec } \vec{R}(i \rightarrow j) = X_{ij} \vec{x} + Y_{ij} \vec{y} + Z_{ij} \vec{z} \\ \text{et } \vec{M}_A(i \rightarrow j) = LA_{ij} \vec{x} + MA_{ij} \vec{y} + NA_{ij} \vec{z}$$

2. Analyse fonctionnelle et structurelle

Q1 : A l'aide du schéma architectural de l'**annexe 1** et de la présentation du système au chapitre 1, indiquer sur le **document réponse 1** quelles sont les solutions constructives (S.C. 1 à S.C. 7 du diagramme FAST de l'analyse fonctionnelle) choisies par le constructeur pour assurer la réalisation des fonctions techniques.

Le limiteur de couple (non représenté sur le schéma de l'**annexe 1**) intercalé entre l'arbre supportant le pignon 3 et l'arbre de sortie du motoréducteur 2 permet de limiter le poids appliqué à la borne lors de sa montée.

Q2 : Justifier la nécessité de limiter le poids supporté par la borne lors de sa montée.

Le guidage en translation rectiligne verticale du chariot supportant la borne par rapport au caisson enterré est représenté sur l'**annexe 2**. Ce guidage est réalisé par 2 colonnes parallèles en prise avec 2 paliers ouverts liés au chariot supportant la borne.

Q3 : A partir du schéma architectural de l'**annexe 1**, indiquer comment a-t-on modélisé le guidage du chariot par rapport au caisson.

Q4 : Déterminer le degré d'hyperstatisme du guidage du chariot par rapport au caisson.

Q5 : Quelles contraintes géométriques, l'hyperstatisme impose-t-il aux pièces concernées par le guidage du chariot par rapport au caisson ?

Q6 : Quelle est la liaison équivalente aux deux liaisons du guidage du chariot par rapport au caisson de la modélisation de l'annexe 1 ?

Q7 : A partir des figures de l'annexe 3, compléter sur le document réponse 2 le graphe de structure associé à l'arbre 3.

Q8 : Quelle est la liaison équivalente réalisée entre l'arbre 3 et le chariot 1 ?

3. Etude statique

Afin de limiter les efforts résistants liés aux frottements dans les guidages en translation du chariot, le constructeur a choisi de placer un contrepoids qui permet de positionner le centre de gravité G de la partie mobile liée au chariot à la distance d de la ligne de référence de la crémaillère (voir annexes 1 et 2).

Dans cette partie, on se propose donc d'étudier la position du contrepoids permettant de minimiser les pertes par frottement dans le guidage du chariot 1 et ainsi augmenter l'autonomie du système.

Hypothèses :

- La détermination de la position du contrepoids est effectuée pour la montée à vitesse constante ce qui justifie une étude en statique.
- Les frottements ne sont pas négligés dans les liaisons pivot glissant constituant le guidage du chariot par rapport au bâti.
On prendra un facteur de frottement $\tan\varphi = 0,22$.
- Le poids du chariot et de tous les éléments embarqués (motoréducteur, borne, etc.) n'est pas négligé. On considère la masse totale : $m = 30 \text{ kg}$ et l'accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m/s}^2$.
- On suppose que les résultantes des actions mécaniques transmissibles par les liaisons en A et B sont situées respectivement dans les plans (A, \vec{x}, \vec{z}) et (B, \vec{x}, \vec{z}) . En outre, elles présentent une symétrie par rapport au plan (O, \vec{x}, \vec{z}) .

Q9 : A partir de l'isolement de l'ensemble (E) constitué du chariot repère 1 et de tous les éléments embarqués (repères 2 et 3), effectuer le bilan des actions mécaniques extérieures. Présenter ce bilan à l'aide des torseurs écrits le plus simplement possible et **en tenant compte des hypothèses** ci-dessus.
Pour établir le bilan, se référer aux annexes 1 et 3.

On donne le torseur des actions mécaniques exercées par 0 sur 3 au point C :

$$\{T(0 \rightarrow 3)\}_C = \begin{Bmatrix} X_{03}\vec{x} + Z_{03}\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \quad \text{avec} \quad \tan\alpha = -\frac{X_{03}}{Z_{03}}$$

Remarques :

- Ne pas oublier de préciser les relations entre les composantes des résultantes des actions mécaniques en A et en B en se plaçant à la limite du glissement et uniquement pour la montée du chariot.
- Egalement, ne pas oublier d'écrire les torseurs sous leur forme simplifiée en faisant apparaître les composantes nulles engendrées par la symétrie.

Q10 : En se plaçant à la limite du glissement, appliquer le principe fondamental de la statique au chariot en équilibre.

En déduire les équations scalaires utiles pour la résolution.

Q11 : Déterminer la composante du moment dans les liaisons en A et en B uniquement dans le cas de la montée du chariot.

Q12 : Déterminer d en fonction de ℓ , φ et α afin d'annuler les moments transmissibles par les liaisons pivot glissant en A et en B dans le cas de la montée du chariot.

Q13 : Application numérique : Calculer la valeur de d pour $\ell = 60$ mm.

4. Etude dynamique

Dans cette partie, on se propose de déterminer les caractéristiques d'inertie et de couple résistant nécessaires à l'étude électrique ultérieure.

- Les liaisons de l'arbre 3 avec le chariot 1 sont considérées parfaites.
- L'arbre de sortie du motoréducteur 2 est lié à l'arbre 3 par l'intermédiaire d'un limiteur de couple. On considère que le limiteur de couple transmet à l'arbre 3 le couple de sortie du réducteur $\vec{C}r_m$ pour la montée et $\vec{C}r_d$ pour la descente avec $\|\vec{C}r_m\| = Cr_m$ et $\|\vec{C}r_d\| = Cr_d$.
- Le moteur fournit au niveau de l'entrefer le couple $\vec{C}m_m$ pour la montée et $\vec{C}m_d$ pour la descente avec $\|\vec{C}m_m\| = Cm_m$ et $\|\vec{C}m_d\| = Cm_d$.
- La masse de l'arbre 3 et son inertie sont négligées.
- On supposera le rendement du réducteur de type roue et vis sans fin : $\eta_r = 0,4$. On fait l'hypothèse que ce rendement est identique pour les deux sens de rotation.
Rapport de réduction k du réducteur : $1/60$
(Le réducteur et le moteur forment le motoréducteur repéré 2 sur le schéma cinématique de l'**annexe 1**).
- Pour le calcul de l'inertie équivalente, on tiendra compte de la masse du chariot repère 1 et de tous les éléments embarqués m (rappel : $m = 30$ kg) et de l'inertie du rotor du moteur J_m .
 $J_m = 65.10^{-6}$ kg.m².

- On donne le torseur des actions mécaniques transmissibles par le bâti 0 sur le chariot 1 au niveau du guidage en A et en B (rappel : les liaisons au niveau des guidages ne sont pas considérées parfaites):

$$\left\{ T(0^A \rightarrow 1) \right\}_A = \begin{Bmatrix} X^A_{01} \vec{x} + Z^A_{01} \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad \left\{ T(0^B \rightarrow 1) \right\}_B = \begin{Bmatrix} X^B_{01} \vec{x} + Z^B_{01} \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

avec : $X^A_{01} = X^B_{01}$ et $Z^A_{01} = Z^B_{01}$

- pour la montée : $X^A_{01} = 58$ et $Z^A_{01} = -13$;
- pour la descente : $X^A_{01} = 50$ et $Z^A_{01} = 11$.

Les valeurs numériques des composantes sont exprimées en Newton (N).

- On donne le torseur cinématique du chariot 1 dans son mouvement par rapport au bâti 0 :

$$\left\{ V(1/0) \right\}_P = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ v \vec{z} \end{Bmatrix} \quad \text{avec } P \text{ un point quelconque appartenant au chariot 1.}$$

$v = 83$ mm/s pour la montée et $v = -83$ mm/s pour la descente.

Q14 : Déterminer la puissance des actions mutuelles entre le chariot 1 et l'arbre 3 notée $P(1 \leftrightarrow 3)$.

Justifier la réponse.

Q15 : Donner l'expression littérale de la puissance galiléenne développée par le chariot notée $P(g \rightarrow 1/0)$.

Remarques :

- S'intéresser au poids uniquement ;
- Préciser correctement les signes pour chaque phase du mouvement (montée et descente).

Q16 : Donner l'expression littérale de la puissance dissipée par frottement dans le guidage du chariot 1 avec le bâti 0 notée $P(0 \rightarrow 1/0)$.

Préciser correctement les signes pour chaque phase du mouvement (montée et descente).

Q17 : Déterminer l'expression littérale de la puissance fournie par le moteur P_m .

Q18 : Donner l'expression littérale de l'énergie cinétique galiléenne E de l'ensemble en mouvement (chariot 1, arbre 3 et motoréducteur 2). Exprimer tous les termes de l'énergie cinétique en fonction de la vitesse de rotation du moteur ω_m .

Q19 : Donner l'expression littérale de l'inertie équivalente J ramenée sur l'arbre moteur en fonction de m , J_m , dp_3 et k .

Q20 : En appliquant le théorème de l'énergie cinétique et en utilisant les réponses aux questions précédentes, donner l'expression du couple moteur Cm_m en phase de montée et Cm_d en phase de descente sans tenir compte du rendement du réducteur.

Q21 : *Modifier l'expression de la réponse à la question précédente du couple moteur C_{m_m} en phase de montée et C_{m_d} en phase de descente en tenant compte du rendement du réducteur.*

Q22 : Applications numériques :

- Calculer la valeur du couple moteur pour la montée à vitesse constante C_{m_m} ;
- Calculer la valeur de l'inertie équivalente J .

5. Construction mécanique

L'**annexe 4** représente la solution technique utilisée pour la réalisation du guidage de l'arbre 3. Il est proposé dans cette partie de vérifier la validité de la solution constructive de cette liaison pivot et de proposer des modifications en vue d'améliorer le rendement.

La vérification des coussinets utilisés pour la liaison pivot se fera sur la base des recommandations du fabricant fournies dans l'**annexe 5**.

- Désignation des coussinets à vérifier : Coussinet à collerette : C 14x20x14 ;
- Charge radiale : On considérera que la force radiale appliquée sur chaque coussinet : $F_r = 175 \text{ N}$.

Q23 : *A l'aide de l'extrait du cahier des charges donné au chapitre 1.3, déterminer la vitesse de montée de la borne v_{10} ainsi que la vitesse de rotation ω_{31} de l'arbre 3 et en déduire la vitesse linéaire v_{31} (ou vitesse de glissement) au contact entre l'arbre et le coussinet.*

Q24 : *Déterminer la pression spécifique p appliquée à un coussinet.*

Q25 : *Effectuer toutes les vérifications préconisées en annexe et conclure sur la validité des éléments choisis par le constructeur.*

Pour minimiser les pertes par frottement dans la liaison pivot entre les sous ensembles 1 et 3 en vue d'augmenter l'autonomie du système, le fabricant propose de remplacer la solution actuelle par l'intégration de roulements à une rangée de billes à contact radial (ce choix se justifie par le fait que les roulements ne subiront que des efforts radiaux).

Les dimensions des roulements à intégrer figurent dans l'**annexe 6**.

Efforts radiaux : $F_r = 175 \text{ N}$ sur chaque roulement.

Q26 : *Décrire la méthode de dimensionnement des roulements en précisant la relation utilisée pour leur vérification.*

La charge dynamique de base de chaque roulement : $C = 510 \text{ daN}$.

En déduire le nombre d'heures de fonctionnement et conclure.

Q27 : Proposer la solution constructive sous la forme d'un schéma technologique dessiné à main levée en précisant les arrêts axiaux et les ajustements sur les bagues intérieure et extérieure (serré ou libre uniquement) et justifier vos choix.

Q28 : Compléter la vue en coupe AA du document réponse 3 par l'intégration des roulements en représentant :

- les roulements (uniquement sous forme symbolique) ;
- les arrêts axiaux en précisant les formes de l'arbre et du bâti ;

Indiquer une solution simple permettant de protéger les roulements tout en assurant leur lubrification.

6. Modélisation du moteur

L'objectif de cette partie est d'établir le modèle électrique équivalent du motoréducteur. Les valeurs de chaque paramètre seront identifiées à partir de différents résultats d'essais.

Le système est équipé d'un motoréducteur à courant continu. Celui-ci est l'association d'un moteur à aimants permanents de tension nominale 12V et d'un réducteur de rapport 1/60 (figure 6.a ci-contre).

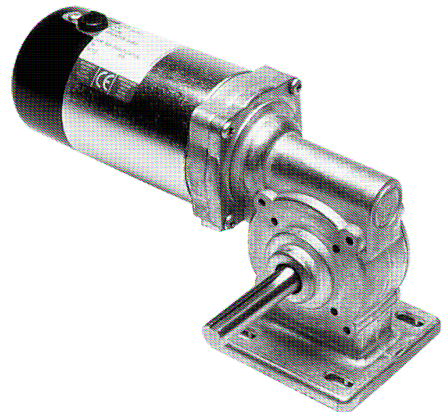


Figure 6.a : Photo du Motoréducteur

L'induit du moteur peut être représenté par son schéma électrique équivalent, faisant intervenir sa résistance notée R_m , son inductance notée L_m , et sa force électromotrice notée E_m .

Q29 : Sachant que l'on note I_m le courant absorbé par le moteur et U_m sa tension d'alimentation, représenter le schéma équivalent de l'induit du moteur en utilisant une convention récepteur.

6.1. Essai rotor bloqué

On alimente le moteur avec une tension réduite et parfaitement continue, tout en maintenant le rotor bloqué.

Q30 : Montrer que cet essai permet de déterminer la valeur de R_m , dont on donnera l'expression.

Lors d'un essai rotor bloqué, on mesure $U_m = 2,511$ V et $I_m = 2,7$ A.

Q31 : Déduire de cet essai la valeur numérique de R_m .

6.2. Essai en charge

La vitesse angulaire de l'arbre moteur est notée Ω_m .

Q32 : En considérant le courant I_m parfaitement continu, exprimer K_m , la constante de fem du moteur, en fonction de U_m , R_m , I_m et Ω_m .

Lors d'un essai en charge, on mesure : $U_m = 12 \text{ V}$; $I_m = 2,7 \text{ A}$ (parfaitement continu) et $\Omega_m = 206,28 \text{ rad/sec}$.

Q33 : Dédurre de cet essai la valeur numérique de K_m .

6.3. Détermination de l'inductance d'induit L_m

Le moteur est déconnecté du système pour être alimenté par le montage suivant (figure 6.b) :

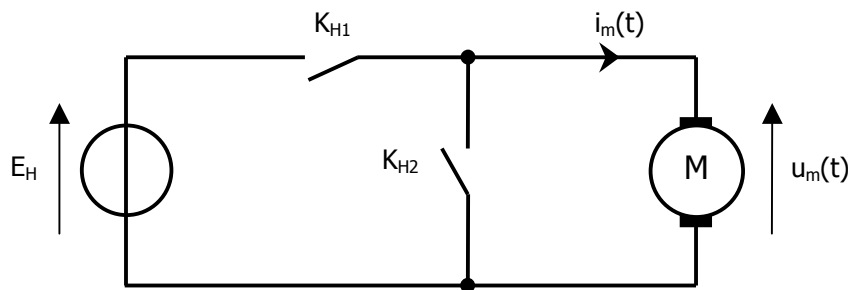


Figure 6.b : Essai du moteur avec un convertisseur électronique

La tension E_H est constante et sa valeur est positive. Le courant $i_m(t)$ est toujours strictement positif.

K_{H1} et K_{H2} sont des interrupteurs électroniques considérés parfaits. Le convertisseur est commandé de façon périodique, de période T_H , et présente deux phases différentes de fonctionnement :

- Pendant la première phase, de durée $\alpha \cdot T_H$ (avec $0 < \alpha < 1$), K_{H1} est passant et K_{H2} bloqué.
- Pendant la seconde phase, soit le reste du temps, K_{H1} est bloqué et K_{H2} passant.

Q34 : Quel nom porte ce convertisseur électronique ? Comment appelle-t-on la grandeur notée α ?

Le convertisseur est constitué d'une diode et d'un transistor.

Q35 : Dessiner le schéma du montage en faisant apparaître l'emplacement de ces composants.

Q36 : Parmi les sigles suivants, déterminer lesquels correspondent à des technologies de transistor : GTI, MOS, IGBT, AOC et MMX. Quelles sont les fréquences maximales de fonctionnement de chacun de ces composants ? (donner uniquement un ordre de grandeur).

L'étude est menée en régime permanent. La période T_H ayant une valeur très inférieure à L_m/R_m , la résistance R_m sera négligée pour les 6 questions suivantes.

Q37 : Exprimer $U_{m[moy]}$, la valeur moyenne de la tension $u_m(t)$ en fonction de α et E_H . Détailler le calcul.

Q38 : Exprimer la fem du moteur E_m , en fonction de α et E_H . Préciser les hypothèses qui mènent à cette relation.

Q39 : Donner l'expression de $i_m(t)$ lorsque K_{H1} est fermé. On notera $I_{m[min]}$ la valeur du courant au début de cette phase de fonctionnement.

Q40 : En déduire l'expression de L_m , en fonction de E_H , T_H , α et ΔI_m , l'ondulation de courant (définie par : $\Delta I_m = I_{m[max]} - I_{m[min]}$).

La figure 6.c ci-dessous montre la tension appliquée au moteur et le courant qu'il absorbe lors d'un essai réalisé avec le convertisseur électronique.

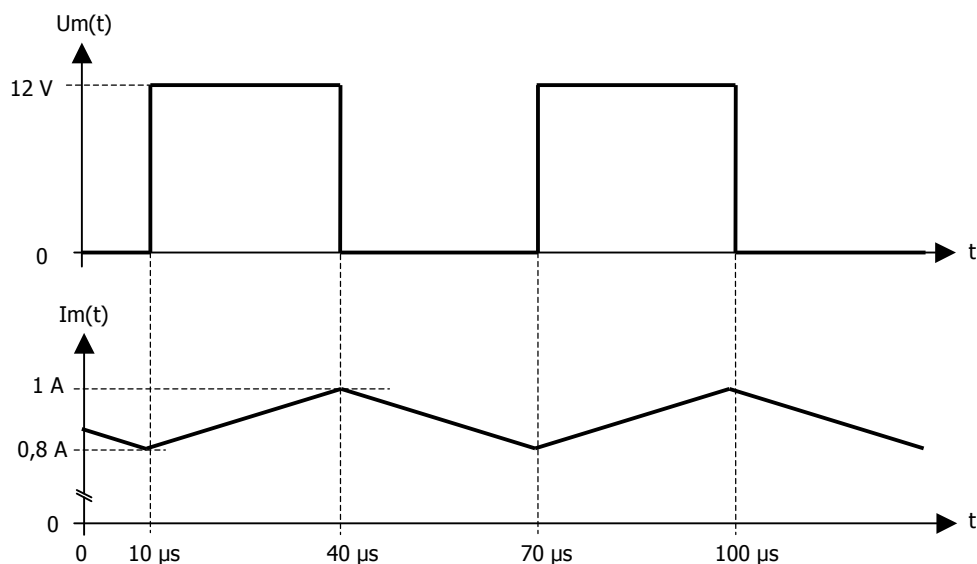


Figure 6.c : Tension et courant du moteur avec le convertisseur électronique

Q41 : Déduire les valeurs numériques de E_H , T_H , α et ΔI_m correspondantes à cet essai.

Q42 : En déduire la valeur numérique de L_m .

6.4 Fonction de transfert de la motorisation

Les équations de fonctionnement du moteur peuvent s'écrire en utilisant le formalisme de Laplace :

$$\text{Equation électrique : } U_m(p) = K_m \cdot \Omega_m(p) + R_m \cdot I_m(p) + L_m \cdot p \cdot I_m(p)$$

$$\text{Equation mécanique : } J \cdot p \cdot \Omega_m(p) = K_m \cdot I_m(p) - F \cdot \Omega_m(p) - C_R(p)$$

Avec : C_R Couple résistant sur l'arbre moteur (charge et frottements secs)
 F Coefficient de frottement visqueux : $F = 57 \cdot 10^{-6}$ N.m/rad/s
 J Inertie totale ramenée sur l'arbre moteur : $J = 72,5 \cdot 10^{-6}$ kg.m²

Q43 : Dans le cas où $C_R = 0$, déterminer l'expression de la fonction de transfert de la motorisation, soit $H_m(p) = \Omega_m(p) / U_m(p)$.

Q44 : A partir de cette fonction de transfert, déterminer les expressions du gain statique H_{mo} , du coefficient d'amortissement m et de la pulsation propre ω_0 .

Q45 : Calculer la valeur numérique de m . En déduire les particularités que présentent les réponses impulsionnelle et harmonique dans ce cas.

En régime harmonique, la fonction de transfert peut s'écrire sous la forme :

$$H_m(j\omega) = H_{mo} \times H_{mv}(j\omega) = H_{mo} \times \frac{1}{\left(1 + \frac{j\omega}{\omega_1}\right) \times \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_2}\right)}$$

Avec : $\omega_1 = 33,2$ rad/s et $\omega_2 = 1001$ rad/s

Q46 : Tracer le diagramme de Bode de gain de la fonction $H_{mv}(j\omega)$ sur le **document réponse 4**. Faire apparaître les asymptotes et la courbe réelle.

Q47 : Montrer que la motorisation du système peut être étudiée en négligeant la valeur de L_m . Indiquer la ou les raisons qui justifient cette approximation.

7. Modélisation complète du système

L'objectif de cette partie est de quantifier la consommation énergétique du système.

En utilisant le formalisme de Laplace, le système complet peut être modélisé par le schéma-blocs suivant :

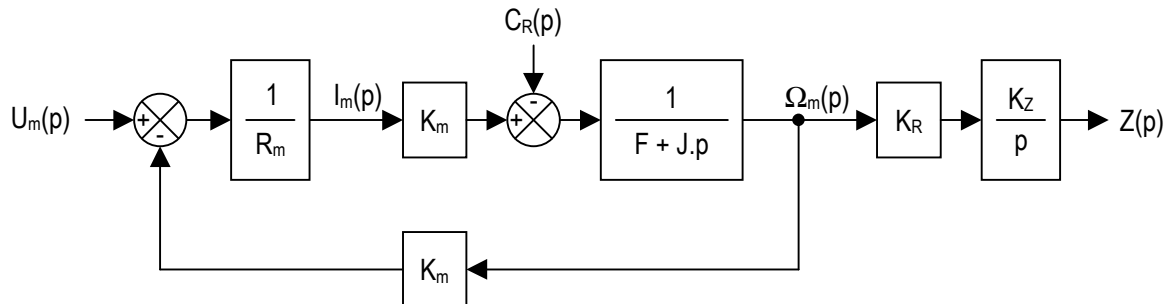


Figure 6.d : Modélisation complète du système

Notations :

| | |
|------------|---|
| U_m | Tension appliquée au moteur (en V) |
| R_m | Résistance de l'induit du moteur (en Ω) |
| I_m | Courant absorbé par le moteur (en A) |
| K_m | Constante du moteur (en V/rad/s ou N.m/A) |
| C_R | Couple résistant sur l'arbre moteur (charge et frottements secs) |
| F | Coefficient de frottement visqueux (en N.m/rad/s) |
| J | Inertie totale ramenée sur l'arbre moteur (en kg.m ²) |
| Ω_m | Vitesse angulaire de l'arbre moteur (en rad/s) |
| K_R | Rapport de réduction du réducteur de vitesse : $K_R = 1/60$ |
| K_Z/p | Fonction de transfert de la transmission : $K_Z = 30$ mm |
| Z | Position de la borne (en mm). En position rentrée : $Z = 0$ mm |
| L_m | Inductance du moteur négligée (non représentée) |

Q48 : A partir du schéma-blocs, déterminer les fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$ telles que :

$$Z(p) = H_1(p) \times U_m(p) - H_2(p) \times C_R(p)$$

Q49 : Simplifier les expressions de $H_1(p)$ et $H_2(p)$ en posant :

$$A = \frac{K_m \cdot K_R \cdot K_Z}{K_m^2 + F \cdot R_m} \quad B = \frac{R_m \cdot K_R \cdot K_Z}{K_m^2 + F \cdot R_m} \quad \tau = \frac{J \cdot R_m}{K_m^2 + F \cdot R_m}$$

7.1. Evolution de la position de la borne

Le moteur est relié à la batterie du système par l'intermédiaire de contacts électromécaniques (commande TOR), comme le montre la figure 7.a ci-dessous :

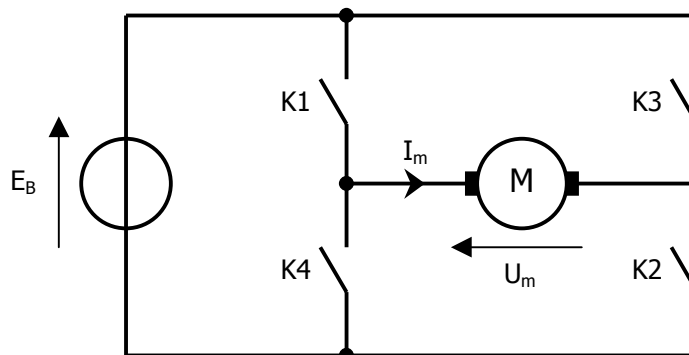


Figure 7.a : Commande du moteur

La résistance de la batterie est négligée, sa tension nominale est de : $E_B = 12V$.

L'application d'une tension positive sur le moteur provoque une montée de la borne.

Q50 : Déterminer la position des interrupteurs K1, K2, K3 et K4 lors d'une montée et lors d'une descente de la borne.

Q51 : Pour $U_m(p) = E_B / p$ et $C_R(p) = C_{RO} / p$ déterminer l'expression de $Z(p)$ en fonction de A , B , E_B , C_{RO} , τ et p .

Q52 : Dédurre de la question précédente, l'expression de $Z(t)$ pour la montée.

☞ Les transformées de Laplace usuelles sont données en **annexe 7**.

☞ La borne se trouve en bas à l'arrêt à l'instant initial. Donc $Z(0) = 0$.

Q53 : Vérifier que le temps T_m nécessaire pour passer de $Z = 0$ à $Z = 500$ mm est égal à 5,84 s.

☞ $A = 10,6$ (mm/s)/V $B = 214$ (mm/s)/N.m $\tau = 31,1$ ms

☞ Lors de la montée, le couple résistant C_{RO} est égal à 0,192 N.m (cette valeur sera utilisée pour toute la suite, et quel que soit le résultat trouvé à la question Q22).

Q54 : Représenter l'évolution de $Z(t)$ lors de la montée.

☞ On ne demande pas un tracé précis point par point, mais une allure générale sur laquelle figurent les points ayant une signification particulière.

7.2. Courant absorbé par le moteur

Toujours en exploitant le schéma-blocs, l'expression du courant peut s'écrire :

$$I_m(p) = C \cdot \frac{[1 + \tau' \cdot p]}{[1 + \tau \cdot p]} \cdot U_m(p) + D \cdot \frac{1}{[1 + \tau \cdot p]} \cdot C_R(p)$$

Avec :

$$C = \frac{F}{K_m^2 + F \cdot R_m} \quad D = \frac{K_m}{K_m^2 + F \cdot R_m} \quad \tau = \frac{J \cdot R_m}{K_m^2 + F \cdot R_m} \quad \tau' = \frac{J}{F}$$

Q55 : Pour $U_m(p) = E_B/p$ et $C_R(p) = C_{R0}/p$ déterminer l'expression de $I_m(p)$ en fonction de C , D , E_B , C_{R0} , τ , τ' et p .

Q56 : Déduire de la question précédente, l'expression de $I_m(t)$ pour la montée.

Q57 : Représenter l'évolution de $I_m(t)$ lors de la montée. Préciser les valeurs en début et fin de démarrage du moteur.

$$\Rightarrow C = 26,28 \cdot 10^{-3} \Omega^{-1} \quad D = 21,208 \text{ A/N.m} \quad \tau = 31,1 \text{ ms} \quad \tau' = 1,27 \text{ s}$$

Q58 : Par un calcul simple, donner une valeur numérique approchée de W_m , l'énergie que doit fournir la batterie lors d'une montée de la borne.

8. Autonomie du système

L'objectif de cette partie est de déterminer l'énergie électrique récupérée pour différentes conditions d'ensoleillement. Ces valeurs servent ensuite de base pour estimer l'autonomie du système.

Le système puise son énergie du soleil, grâce à un panneau solaire constitué de 36 cellules photovoltaïques (figure 8.a ci-dessous).

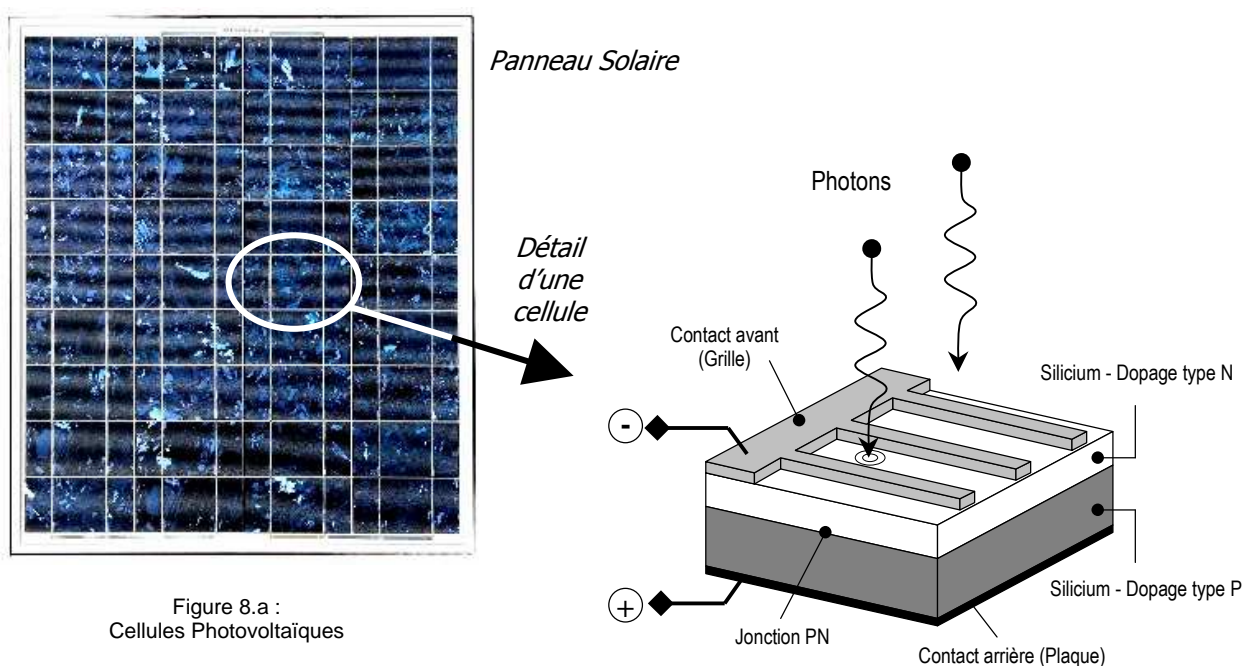


Figure 8.a :
Cellules Photovoltaïques

Le modèle équivalent d'une cellule est représenté sur le schéma ci-dessous.

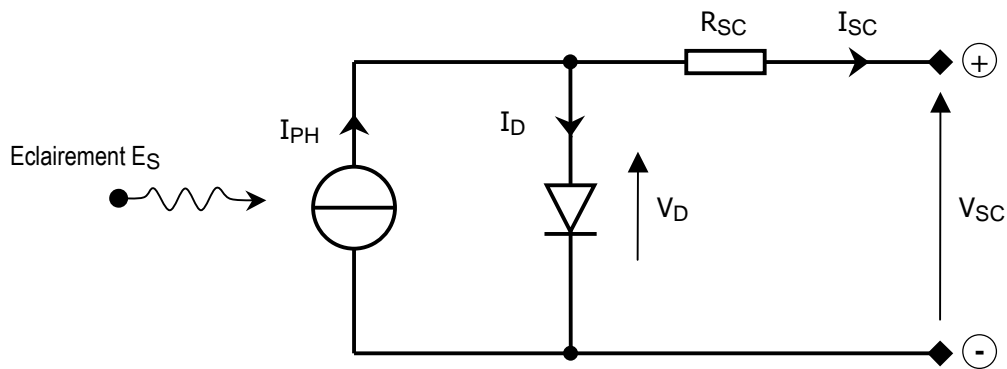


Figure 8.b : Schéma équivalent d'une cellule photovoltaïque

☞ La diode est quasi parfaite. Seule sa tension de seuil, constante et notée V_{D0} , sera prise en compte.

☞ La source délivre un courant constant, dont la valeur I_{PH} dépend de l'ensoleillement :

$$I_{PH} = K_{PH} \times E_S$$

E_S représente l'éclairement, exprimé en W/m^2 .

K_{PH} est une constante, qui est liée à la taille de la cellule.

I_{PH} est le courant photogénéré dans la jonction PN, exprimé en A.

8.1. Puissance reçue par la batterie

Q59 : Exprimer V_D en fonction de V_{SC} , R_{SC} et I_{SC} . En déduire la condition pour rendre la diode passante.

Q60 : Lorsque la diode est passante, exprimer I_{SC} en fonction de V_{D0} , R_{SC} et V_{SC} . Que peut-on dire de ce courant lorsque la diode est bloquée ?

Q61 : Tracer sur le **document réponse 5**, les caractéristiques $I_{SC}(V_{SC})$ d'une cellule, pour des valeurs d'éclairement de $1000 W/m^2$ et de $400 W/m^2$.

☞ Données : $V_{D0} = 0,6 V$ $K_{PH} = 0,58 \cdot 10^{-3} A/(W/m^2)$ $R_{SC} = 0,1 \Omega$

☞ Montrer les zones où la diode est passante et celles où elle est bloquée.

Q62 : Le panneau est constitué de 36 cellules montées en série. Tracer sur le **document réponse 6** les caractéristiques courant-tension de ce panneau (éclairement de $1000 W/m^2$ et de $400 W/m^2$).

Lors de la charge, la batterie ($E_B = 12V$) est directement reliée au panneau.

Q63 : Montrer sur le **document réponse 6** les points de fonctionnement (éclairement de $1000 W/m^2$ et de $400 W/m^2$). Proposer un schéma équivalent correspondant à ce mode de fonctionnement.

Q64 : Donner l'expression de la puissance reçue par la batterie P_{BATT} en fonction de E_B , K_{PH} et E_S . Le panneau est-il exploité à sa puissance maximale ? Expliquer.

8.2. Régulation de charge

Le panneau, la batterie et la motorisation du système sont reliés grâce à un dispositif appelé régulateur de charge (voir documentation en **annexe 8**).

Q65 : Compléter le **document réponse 7**, en indiquant l'état des contacts RC et RD (état logique « 0 » pour ouvert), selon l'état de charge de la batterie.

Q66 : Toujours sur le **document réponse 7**, indiquer le sens des transferts d'énergie en précisant pour chaque élément, s'il reçoit de l'énergie (R), s'il fournit de l'énergie (F), ou s'il n'est pas en service (\emptyset).

Q67 : Représenter le fonctionnement en utilisant le formalisme GRAFCET.

8.3. Mesure de température

La tension d'une batterie dépend de son état de charge mais également de sa température. Le régulateur doit donc avoir une lecture précise de cette grandeur pour adapter son comportement en conséquence. La mesure est réalisée selon le schéma donné en **annexe 8, partie D**.

Q68 : Montrer que $I_1=I_2$, puis que $I_1=I_2=I_3=I_4$ dans la mesure où le gain des transistors β est très supérieur à l'unité.

Q69 : Exprimer $V_{BE(Q3)}$ en fonction de $k.T_K/q$, $I_{S(Q3)}$ et I_3 .
Exprimer $V_{BE(Q4)}$ en fonction de $k.T_K/q$, $I_{S(Q4)}$ et I_4 .

☞ Notation : $V_{BE(Q3)}$ est la tension entre la base et l'émetteur du transistor Q3

Q70 : Exprimer $\Delta V_{BE} = V_{BE(Q3)} - V_{BE(Q4)}$ en fonction de $k.T_K/q$.

Q71 : Montrer que le courant I_{Tk} est proportionnel à la température, selon la relation :

$$I_{Tk} = \frac{2 \cdot \ln(8) \cdot k}{R_0 \cdot q} \cdot T_K$$

Q72 : Sachant que $R_0 = 358 \Omega$, calculer le coefficient de proportionnalité entre la valeur du courant I_{Tk} (en μA) et la température absolue (en K).

Q73 : Exprimer V_{Tc} en fonction de R_1 , R_2 , V_{ref} et I_{Tk} .

Q74 : Exprimer V_{Tc} en fonction de R_1 , R_2 , V_{ref} et T_c .

☞ T_c représente la température en degrés Celsius. Rappel : $0^\circ C \approx 273,2 K$

Q75 : Les résistances ayant pour valeurs $R_1 = 36,6 k\Omega$ et $R_2 = 100 k\Omega$, quelle est la principale conséquence de ce choix ?

Q76 : Sachant que le régulateur accepte des tensions comprises entre +10V et -10V déterminer l'étendue de la plage de mesure (en $^\circ C$) et conclure.

8.4. Autonomie du système

L'éclairement solaire dépend de la nébulosité du ciel (coefficient Air-Mass, AM) et de la situation géographique (Versailles reçoit moins d'énergie que Nîmes).

La variation idéalisée de l'éclairement solaire sur une journée est illustrée sur la figure 8.c (l'origine des temps a été décalée pour simplifier l'étude).

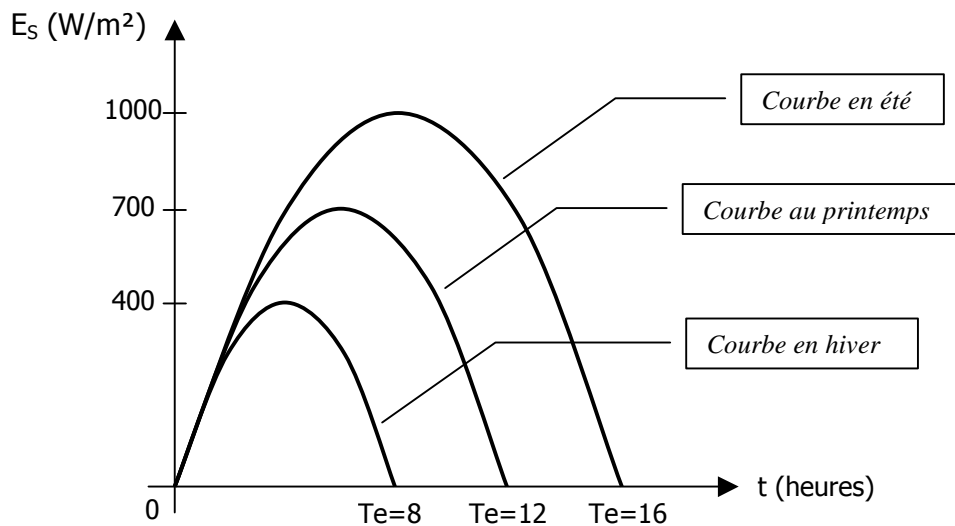


Figure 8.c : Variation idéalisée de l'éclairement solaire

Ces courbes peuvent être modélisées par la fonction suivante :

$$E_s(t) = E_{S_{MAX}} \cdot \sin\left(\pi \cdot \frac{t}{T_e}\right) \quad \left\{ \begin{array}{l} E_s : \text{Eclairement reçu en W/m}^2 \\ E_{S_{MAX}} : \text{Eclairement maximal reçu en W/m}^2 \\ t : \text{temps en heures} \\ T_e : \text{Durée d'éclairement journalière en heures} \end{array} \right.$$

Q77 : Exprimer W_j , l'énergie électrique reçue par la batterie en une journée, en fonction de E_B , K_{PH} , $E_{S_{MAX}}$ et T_e .

☞ Rappel : $P_{BATT}(t) = E_B \cdot K_{PH} \cdot E_s(t)$.

Q78 : Calculer les valeurs de cette énergie en été et en hiver.

Q79 : Sachant qu'un cycle complet (1 descente + 1 montée) demande 420 Joules, déterminer le nombre maximal de cycles pouvant être effectués grâce à un jour d'ensoleillement hivernal.

Q80 : Sachant que la batterie a une capacité nominale de 12 A.h, étudier l'autonomie du système.

☞ On demande de nombreuses conclusions détaillées, s'appuyant sur des résultats chiffrés et sur l'analyse de différentes situations particulières de fonctionnement.

ANNEXE 1 : SCHEMA ARCHITECTURAL

- 0 : bâti
- 1 : chariot
- 2 : motoréducteur
- 3 : pignon

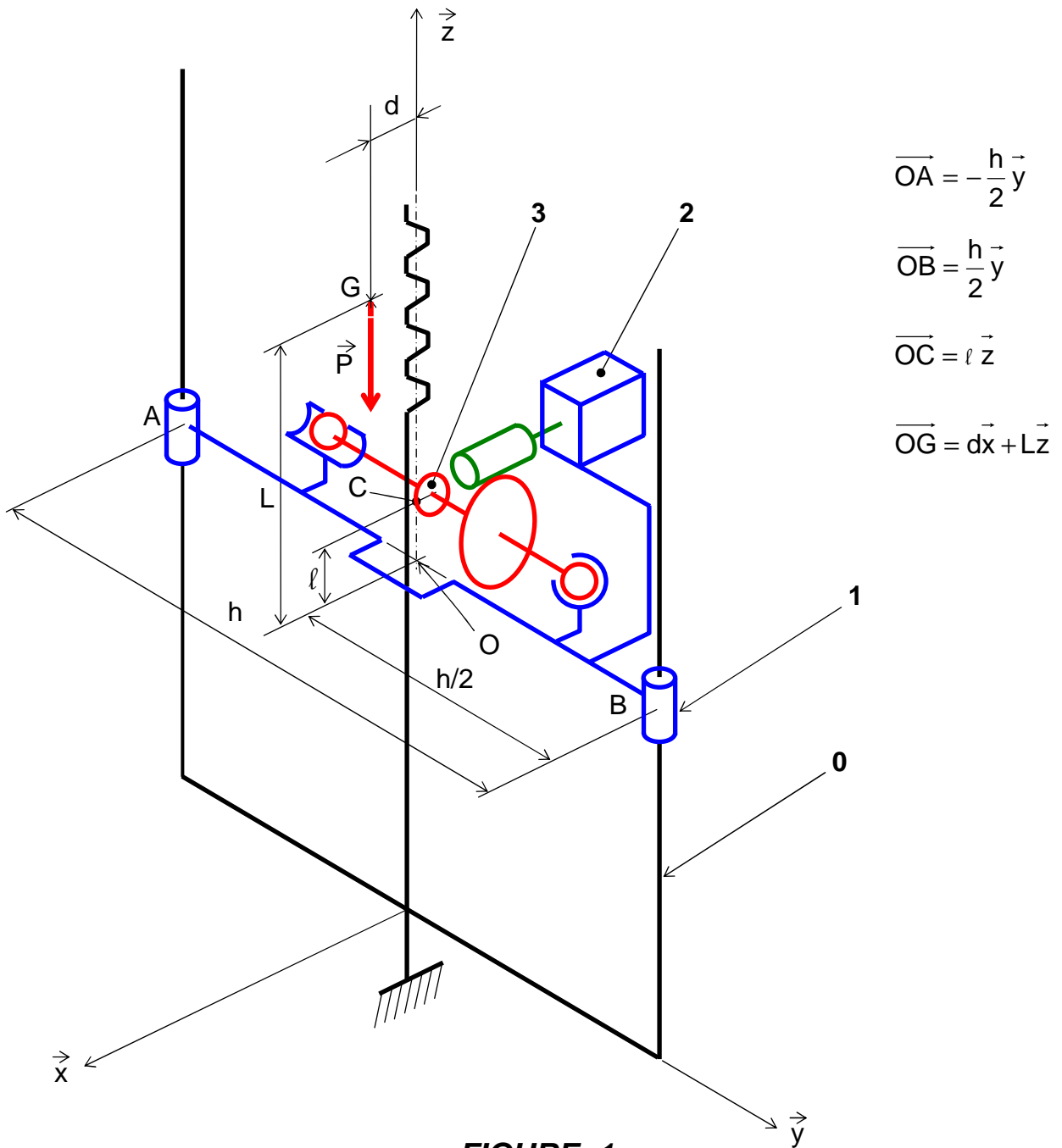


FIGURE 1

ANNEXE 2 : CHARIOT EN VUE DE DESSUS

La silhouette ci-dessous représente les contours extérieurs du chariot supportant la borne en vue de dessus.

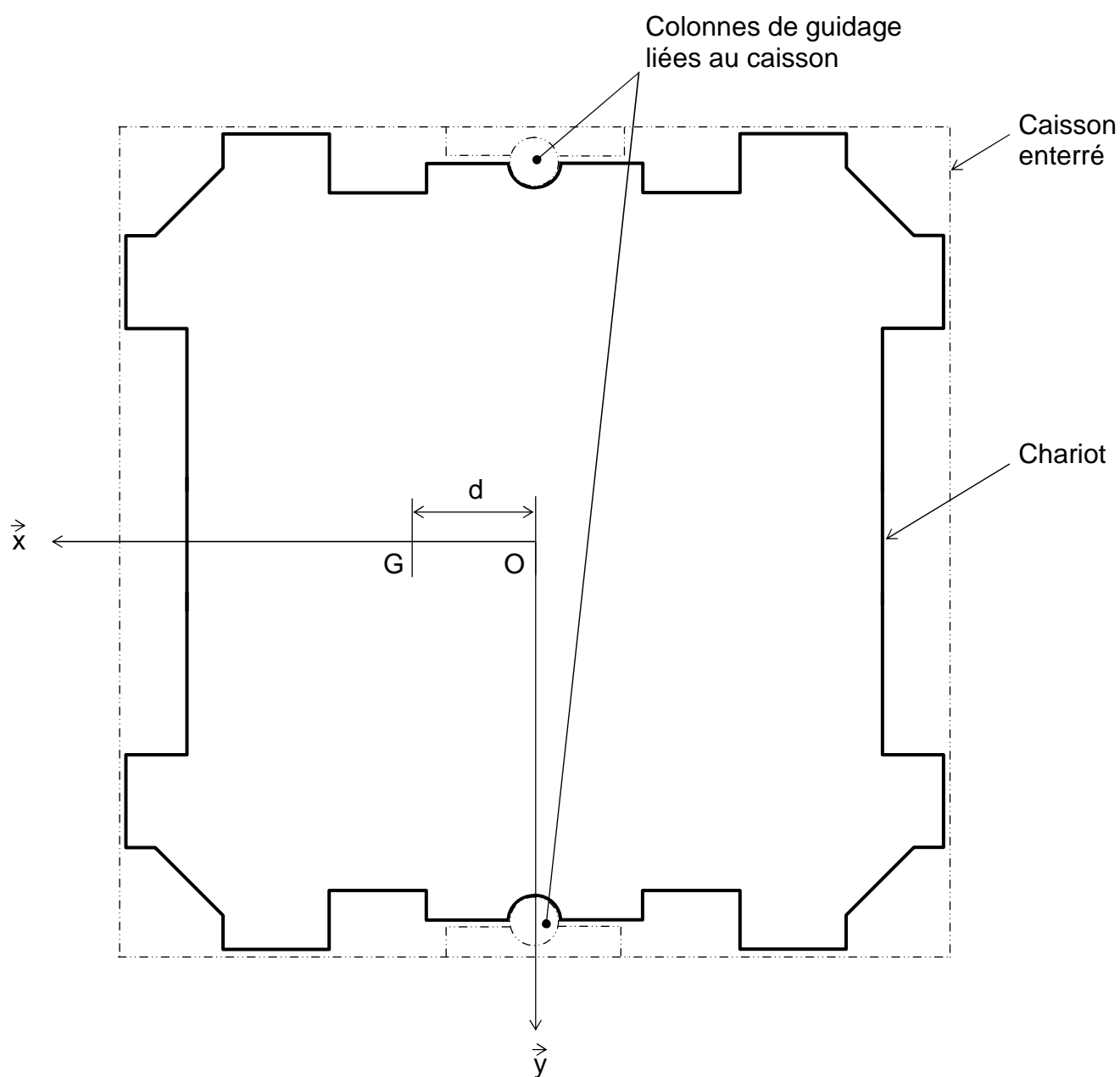


FIGURE 2

ANNEXE 3 : SCHEMA CINEMATIQUE PARTIEL

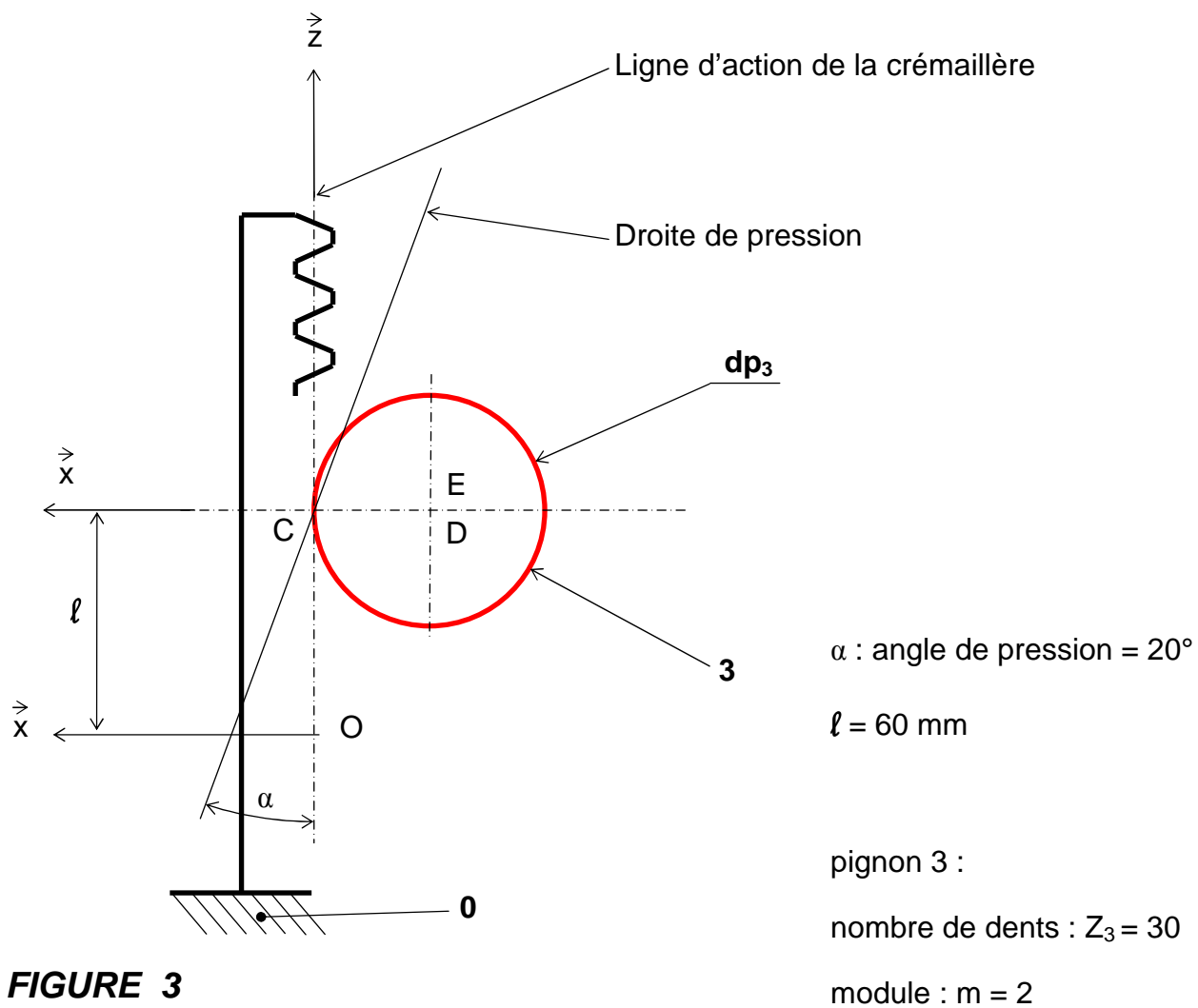


FIGURE 3

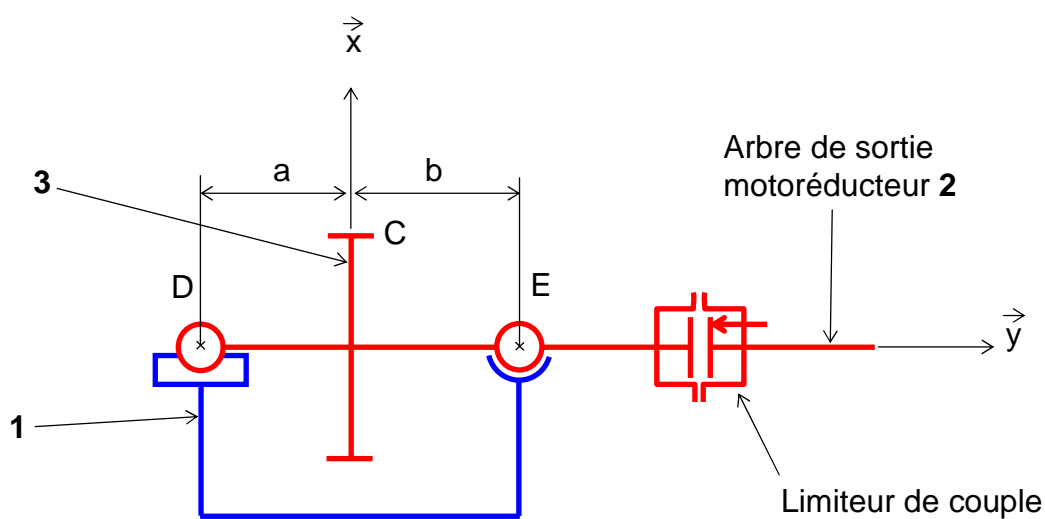


FIGURE 4

ANNEXE 4 : PLAN DU SOUS ENSEMBLE {1+3}

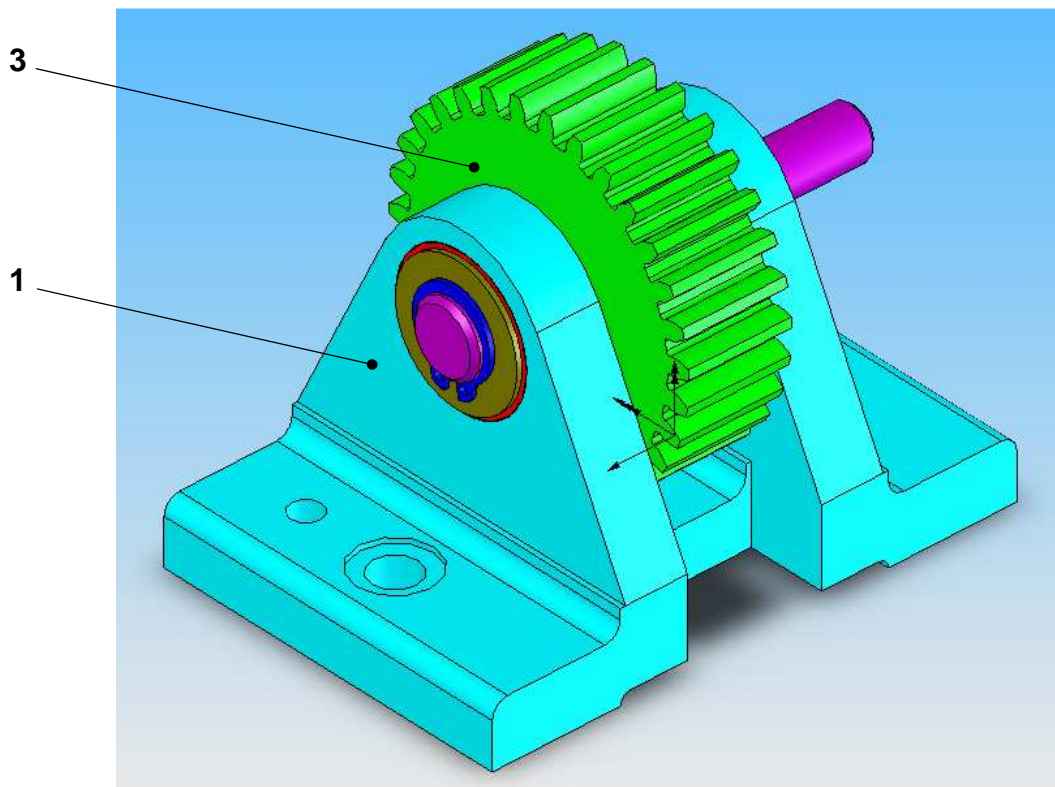


FIGURE 5

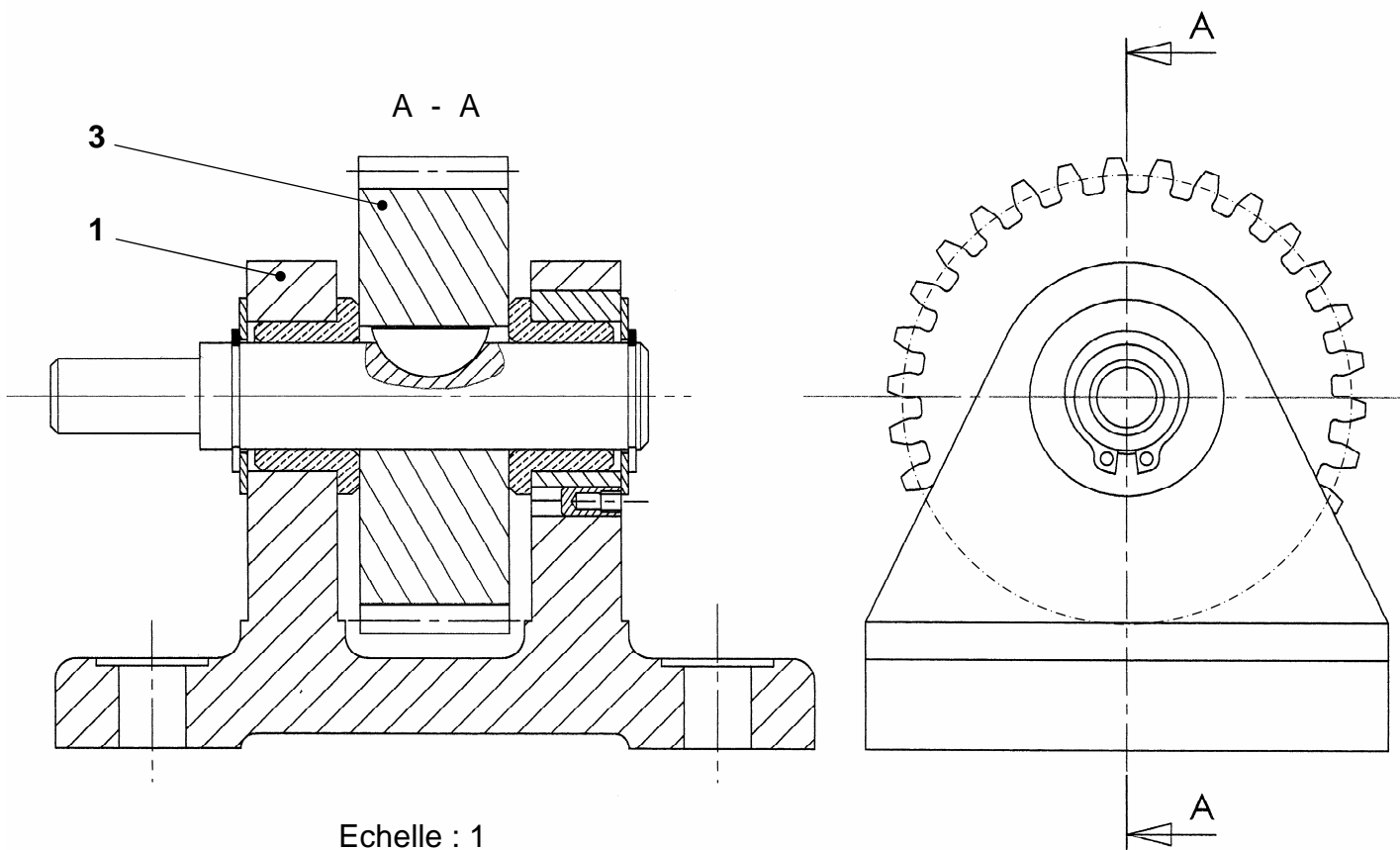
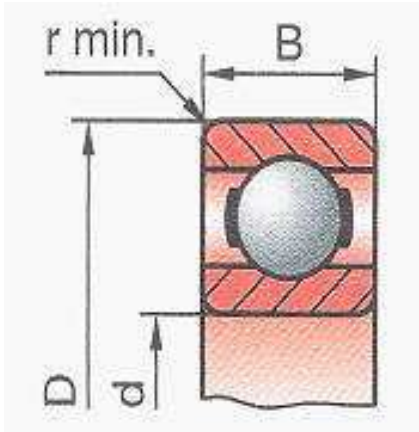


FIGURE 6

ANNEXE 6 : ROULEMENT

Roulement à une rangée de billes à contact radial préconisé pour l'étude de conception.



Dimensions :

D = 28

d = 12

B = 8

FIGURE 8

Transformées de Laplace usuelles

| Domaine temporel $f(t)$ | Domaine symbolique $F(p)$ |
|--------------------------------|---|
| Impulsion de Dirac $\delta(t)$ | 1 |
| Echelon unitaire $U(t)$ | $\frac{1}{p}$ |
| Echelon quelconque K | $K \cdot \frac{1}{p}$ |
| Rampe $A \cdot t$ | $A \cdot \frac{1}{p^2}$ |
| Puissance $A \cdot t^n$ | $A \cdot \frac{n!}{p^{n+1}}$ |
| Exponentielle e^{-at} | $\frac{1}{p+a}$ |
| $t \cdot e^{-at}$ | $\frac{1}{(p+a)^2}$ |
| $\sin \omega t$ | $\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$ |
| $\cos \omega t$ | $\frac{p}{p^2 + \omega^2}$ |
| $\sin [\omega t + \varphi]$ | $\frac{p \cdot \text{Sin} \varphi + \omega \cdot \text{Cos} \varphi}{p^2 + \omega^2}$ |
| $\cos [\omega t + \varphi]$ | $\frac{p \cdot \text{Cos} \varphi - \omega \cdot \text{Sin} \varphi}{p^2 + \omega^2}$ |
| $e^{-at} \cdot \sin \omega t$ | $\frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$ |
| $e^{-at} \cdot \cos \omega t$ | $\frac{p+a}{(p+a)^2 + \omega^2}$ |

| $f(t)$ | $F(p)$ |
|---|---|
| $\frac{1}{T_0} e^{-\frac{t}{T_0}}$ | $\frac{1}{(1+T_0 \cdot p)}$ |
| $\frac{1}{T_{12}^2} t \cdot e^{-\frac{t}{T_{12}}}$ | $\frac{1}{(1+T_{12} \cdot p)^2}$ |
| $\frac{1}{T_1 - T_2} \left(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}} \right)$ | $\frac{1}{(1+T_1 \cdot p)(1+T_2 \cdot p)}$ |
| $\frac{\omega_0}{\sqrt{1-m^2}} e^{-m\omega_0 t} \text{Sin}(\omega_0 \sqrt{1-m^2} t)$ Seulement pour $z < 1$ | $\frac{1}{\left(1 + \frac{2m}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2\right)}$ |
| $1 - e^{-\frac{t}{T_0}}$ | $\frac{1}{p(1+T_0 \cdot p)}$ |
| $1 - e^{-\frac{t}{T_{12}}} - \frac{t}{T_{12}} e^{-\frac{t}{T_{12}}}$ | $\frac{1}{p(1+T_{12} \cdot p)^2}$ |
| $1 - \frac{1}{T_1 - T_2} \left(T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 e^{-\frac{t}{T_2}} \right)$ | $\frac{1}{p(1+T_1 \cdot p)(1+T_2 \cdot p)}$ |
| $1 - \frac{1}{\sqrt{1-m^2}} e^{-m\omega_0 t} \text{Sin}(\omega_0 \sqrt{1-m^2} \cdot t + \varphi)$ Seulement pour $z < 1$ | $\frac{1}{p \left(1 + \frac{2m}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2\right)}$ |
| $t - T_0 + T_0 e^{-\frac{t}{T_0}}$ | $\frac{1}{p^2(1+T_0 \cdot p)}$ |
| $t - 2T_{12} + (t + 2T_{12}) e^{-\frac{t}{T_{12}}}$ | $\frac{1}{p^2(1+T_{12} \cdot p)^2}$ |
| $t - T_1 - T_2 - \frac{1}{T_1 - T_2} \left(T_2^2 e^{-\frac{t}{T_2}} - T_1^2 e^{-\frac{t}{T_1}} \right)$ | $\frac{1}{p^2(1+T_1 \cdot p)(1+T_2 \cdot p)}$ |
| $t - \frac{2m}{\omega_0} + \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1-m^2}} e^{-m\omega_0 t} \text{Sin}(\omega_0 \sqrt{1-m^2} \cdot t + 2\varphi)$ Seulement pour $z < 1$ | $\frac{1}{p^2 \left(1 + \frac{2m}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2\right)}$ |

Avec $\text{Sin} \varphi = \sqrt{1-m^2}$ et $\text{Cos} \varphi = m$; Donc φ compris entre 0 et $\pi/2$

ANNEXE 8 : Régulateur de charge pour système photovoltaïque

(Extraits documentation constructeur)

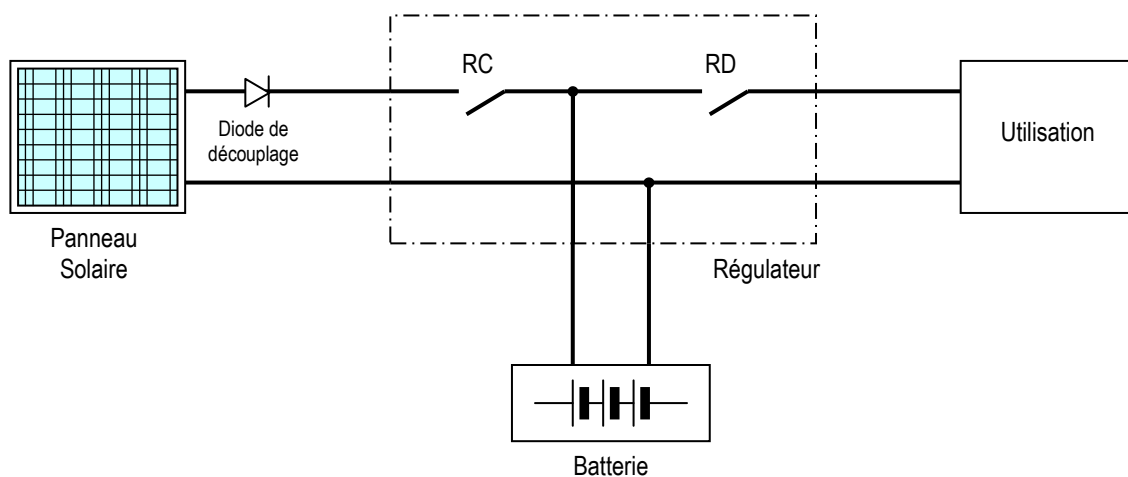
A. Présentation générale

Le régulateur de charge est un dispositif électronique au fonctionnement entièrement automatique. Il relie le panneau photovoltaïque, la batterie et les équipements destinataires de l'électricité produite.

Sa fonction principale est de contrôler l'état de charge de la batterie. Il autorise la charge complète de celle-ci en éliminant le risque de surcharge. Il peut également interrompre l'alimentation des destinataires pour éviter une décharge profonde.

Le régulateur, décrit ci-dessous, mesure la tension aux bornes de la batterie et assure une régulation série « tout ou rien ».

B. Schéma de principe



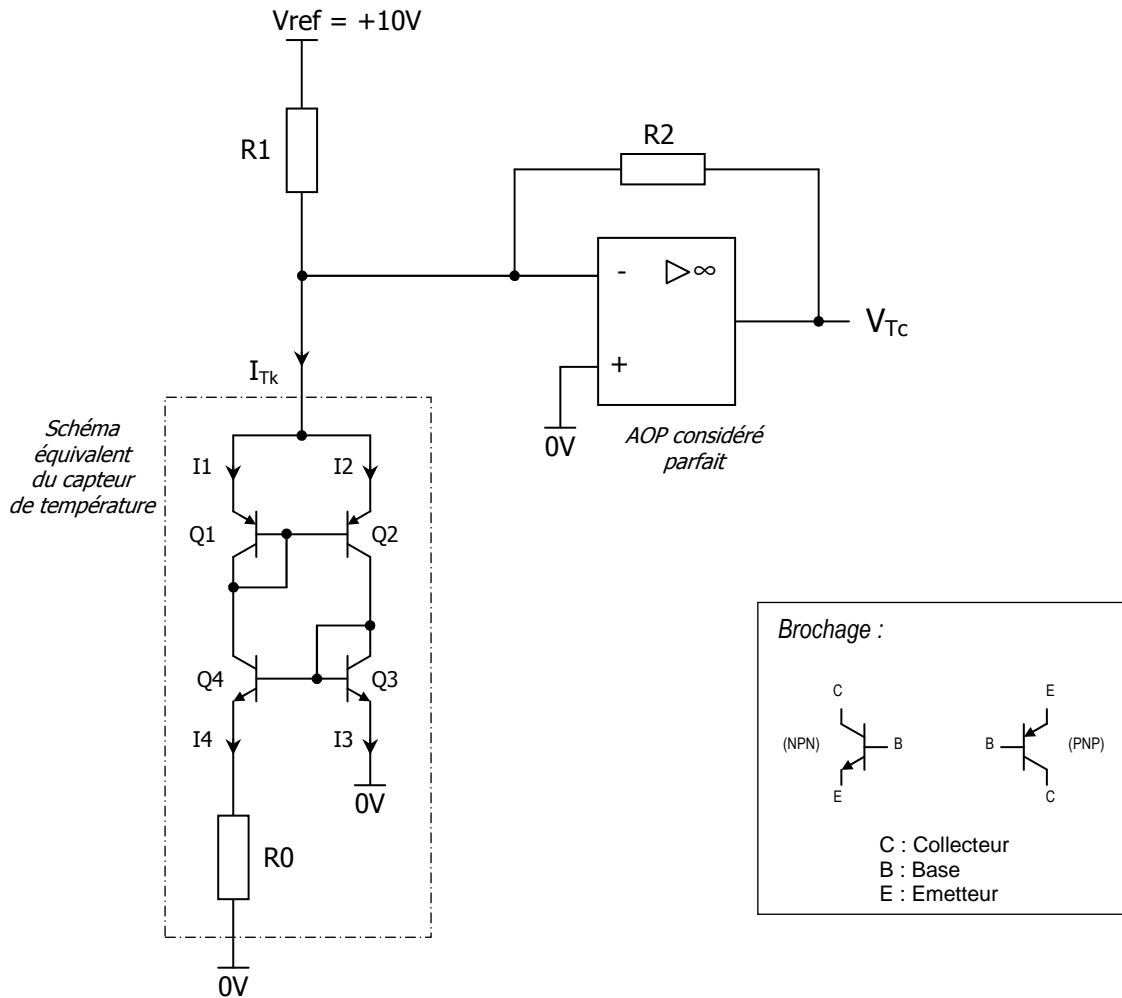
C. Principe de fonctionnement

- Fonctionnement normal : les contacts des relais RC et RD sont fermés.
- Limitation de charge : Si la tension batterie dépasse la valeur $E_{B[\max]}$, le relais RC s'ouvre. Il se referme automatiquement au bout de 10 minutes, sauf si la tension batterie est devenue inférieure à $E_{B[\min]}$ pendant cette durée.
- Limitation de décharge : Si la tension batterie devient inférieure à la valeur $E_{B[\min]}$, le relais RD s'ouvre. Il se referme lorsque la tension a atteint la valeur $E_{B[\text{nominal}]}$.

ANNEXE 8 (Suite)

D. Mesure de température

Un capteur de température, placé au niveau de la batterie, est relié au régulateur par l'intermédiaire d'un montage à amplificateur opérationnel :



Tous les transistors sont à la même température. Ils ont le même gain en courant et leur courant d'émetteur peut être exprimé par la relation :

$$I_e = I_s \cdot \text{Exp} \left[\frac{q}{k \cdot T_K} \cdot |V_{BE}| \right]$$

Avec :

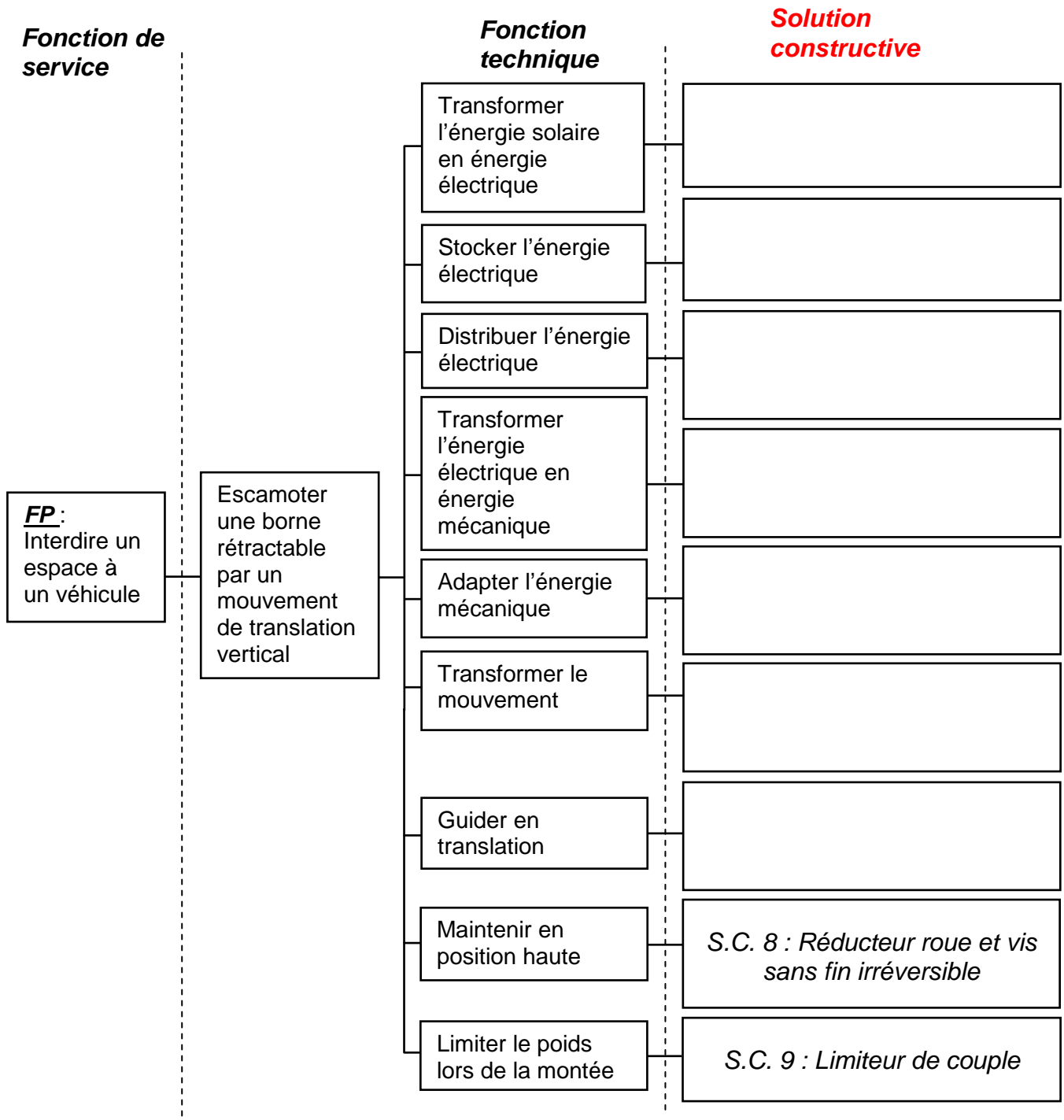
- k : Constante de Boltzmann $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
- q : Valeur absolue de la charge de l'électron $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- T_K : Température absolue en Kelvins

Les courants de saturation I_s sont identiques pour $Q1, Q2$ et $Q3$, par contre celui du transistor $Q4$ est 8 fois plus grand (surface de silicium 8 fois supérieure) :

$$I_{s(Q1)} = I_{s(Q2)} = I_{s(Q3)} \quad \text{et} \quad I_{s(Q4)} = 8 \times I_{s(Q3)}$$

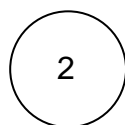
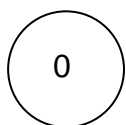
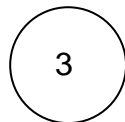
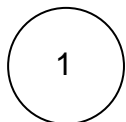
DOCUMENT REPONSE 1

Q 1- Diagramme FAST



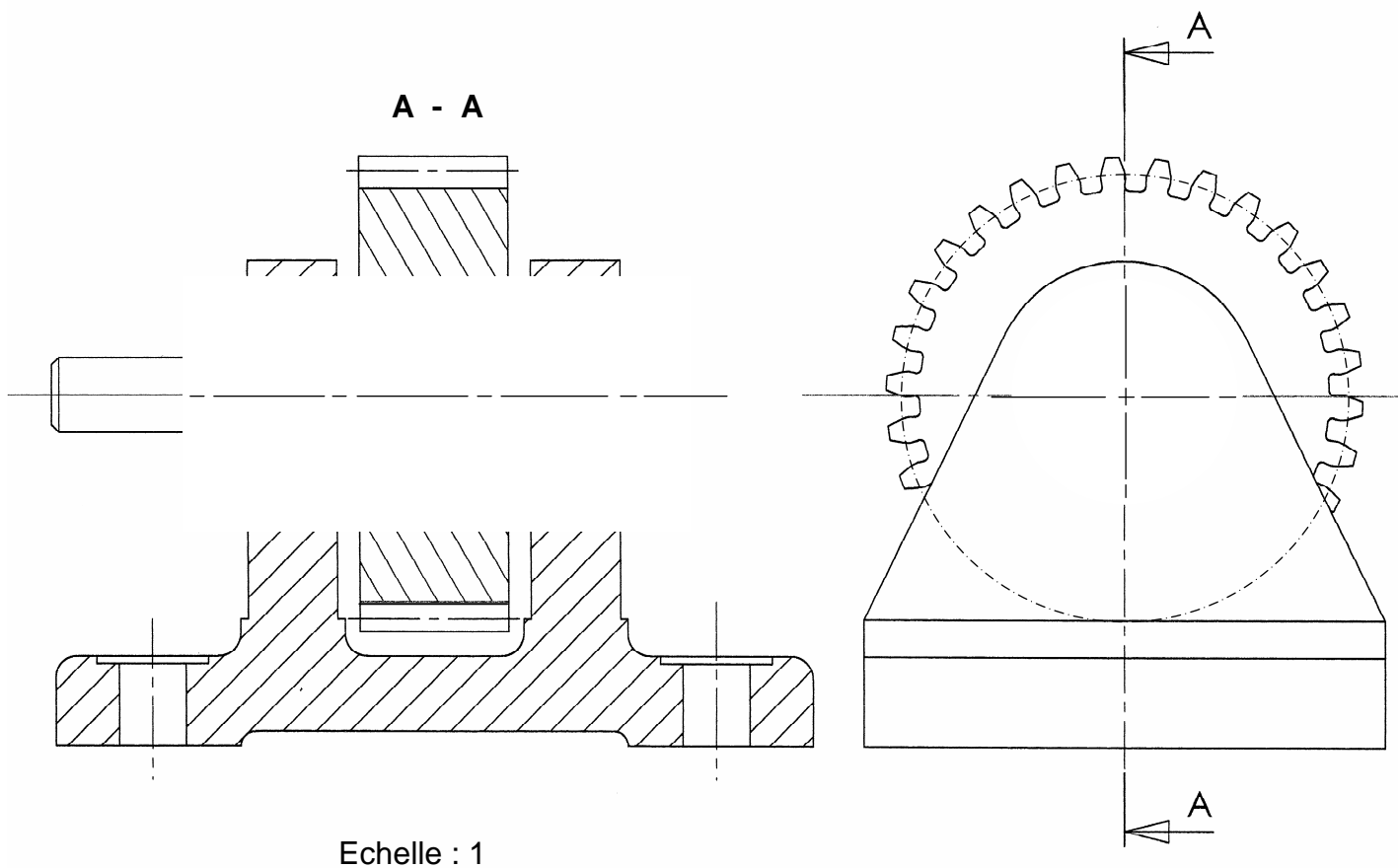
DOCUMENT REPONSE 2

Q 7- Graphe de structure

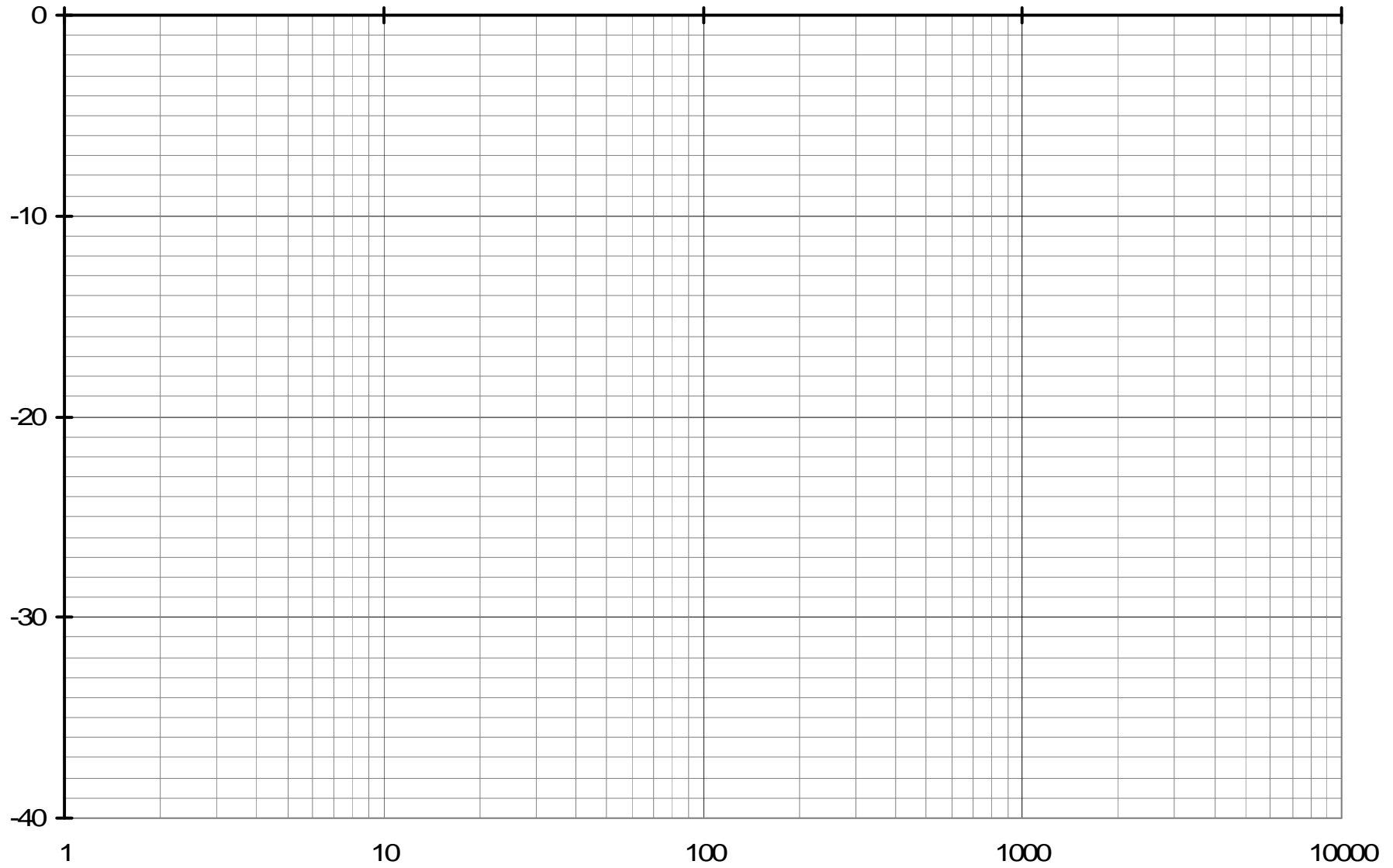


DOCUMENT REPONSE 3

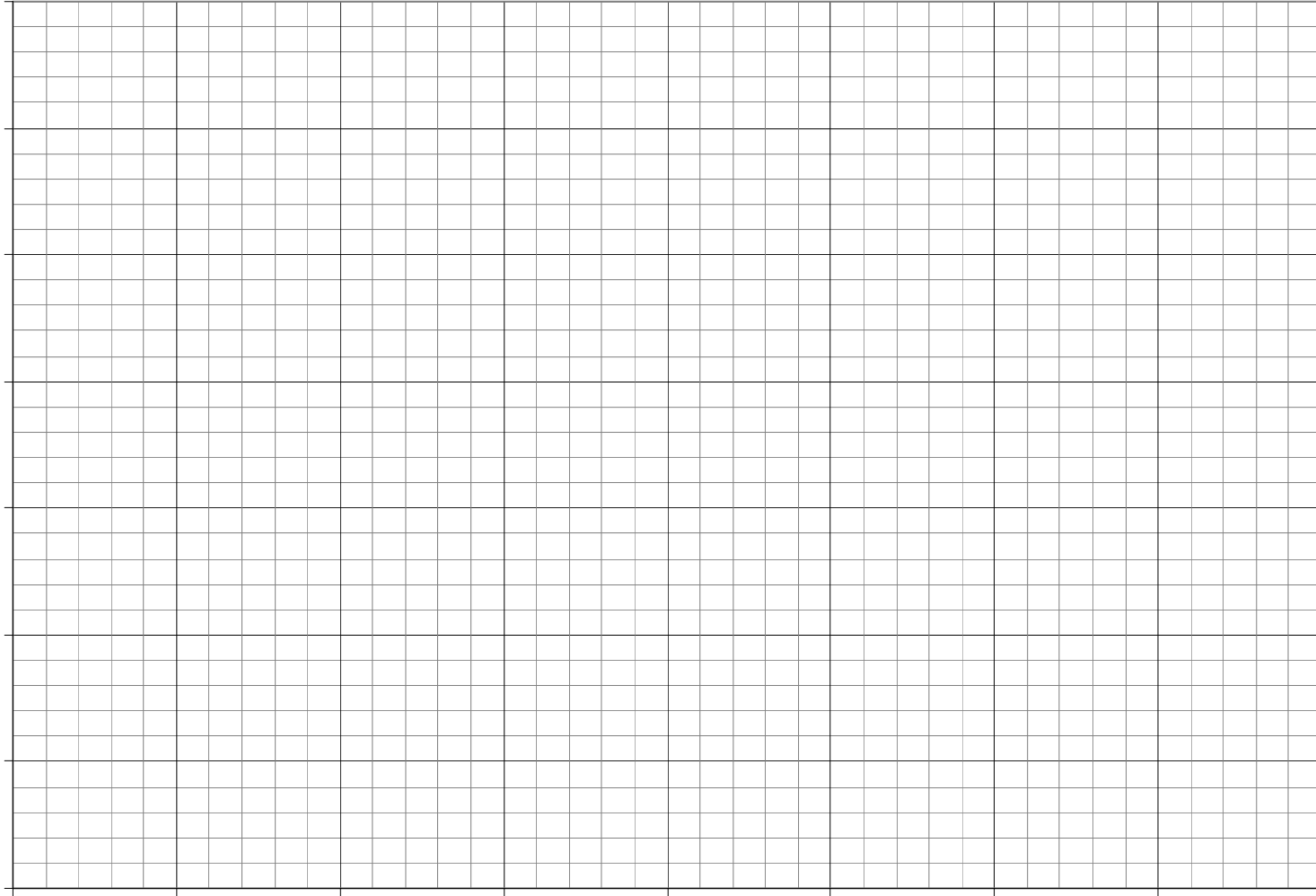
Q 28- Solution constructive



Q46 : Gain de H_{mv} (en dB) en fonction de ω (en rad/s)



Q61 : Courant I_{sc} (en A) en fonction de V_{sc} (en V)



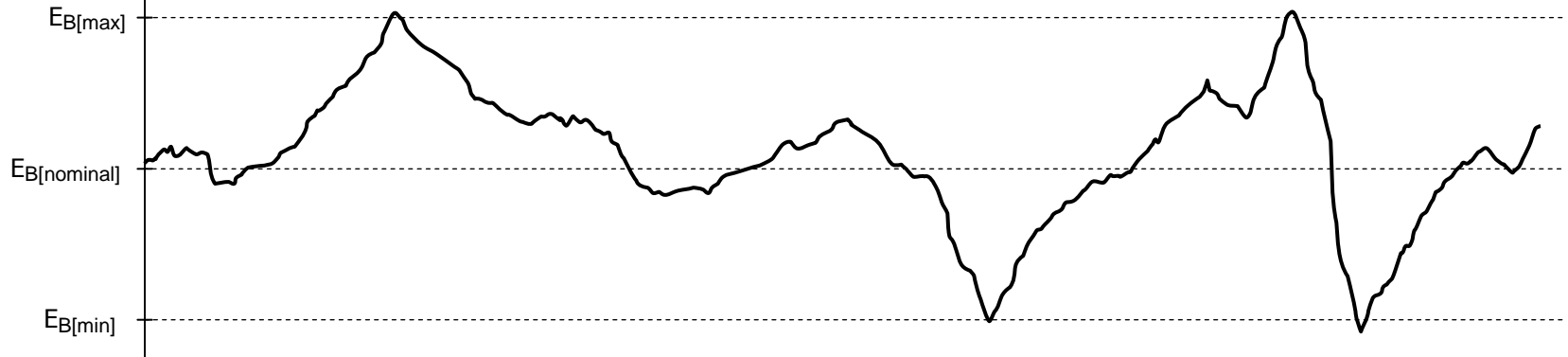
DOCUMENT REPONSE 5

Q62/Q63 : Caractéristique Courant-Tension du panneau



Q65/Q66 : Fonctionnement du régulateur de charge

**Tension Batterie
E_B (V)**



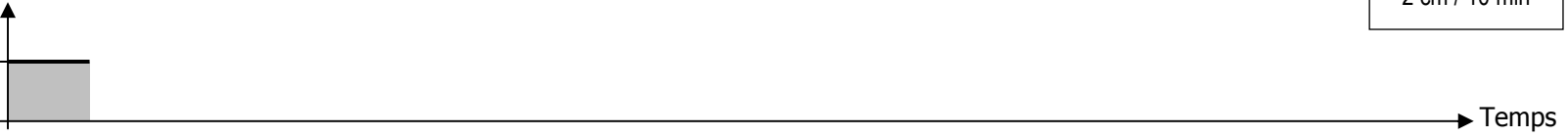
**Contact
RC**

« 1 »
« 0 »



**Contact
RD**

« 1 »
« 0 »



Echelle :
2 cm / 10 min

| | | | |
|-------------------------|---|-------------|---|
| Transferts D'énergie | { | Panneau | F |
| | | Batterie | R |
| | | Utilisation | R |