

### Documents interdits. Calculatrice autorisée.

*Le candidat est invité à formuler toute hypothèse qui lui semblerait nécessaire pour pouvoir répondre aux questions posées. Les deux exercices sont complètement indépendants.*

*Sauf indication contraire, vous répondrez sur feuille de copie.*

*Sont remis au candidat :*

- *Un texte de sujet auquel est intégrée l'annexe 1,*
- *Un plan A4H (extrait du dossier technique machine) en annexe 2,*
- *Un document réponse composé de 6 feuilles A4H et 2 feuilles A3H.*

## Exercice 1 : Etude de la chaîne cinématique de l'axe Z d'une machine outil à commande numérique.

Pour cet exercice vous répondrez exclusivement sur les documents réponse.

La machine DMC 65V est une machine outil UGV à commande numérique. Elle est dotée de 3 axes de déplacement nommés X, Y et Z.

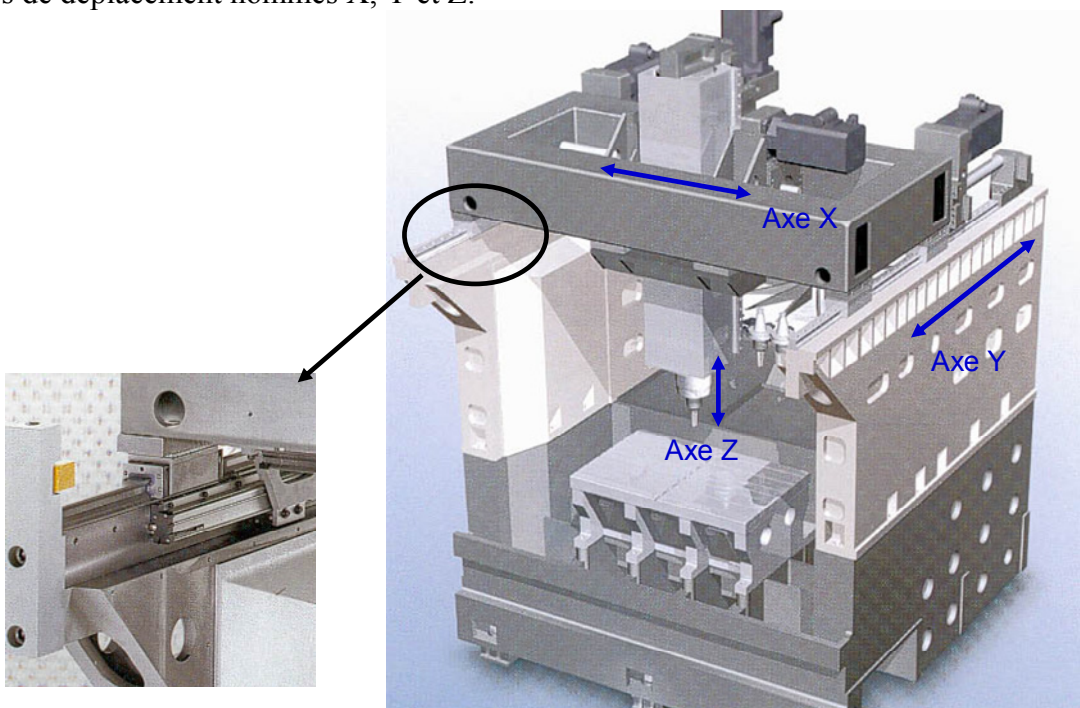


Figure 1 : Vue extérieure machine

Pour chaque axe la cinématique de transmission du mouvement est constituée :

- D'un ou deux moteurs brushless,
- D'un étage de réduction par poulie et courroie synchrones,
- D'un système de transformation de mouvement (système vis écrou à billes).

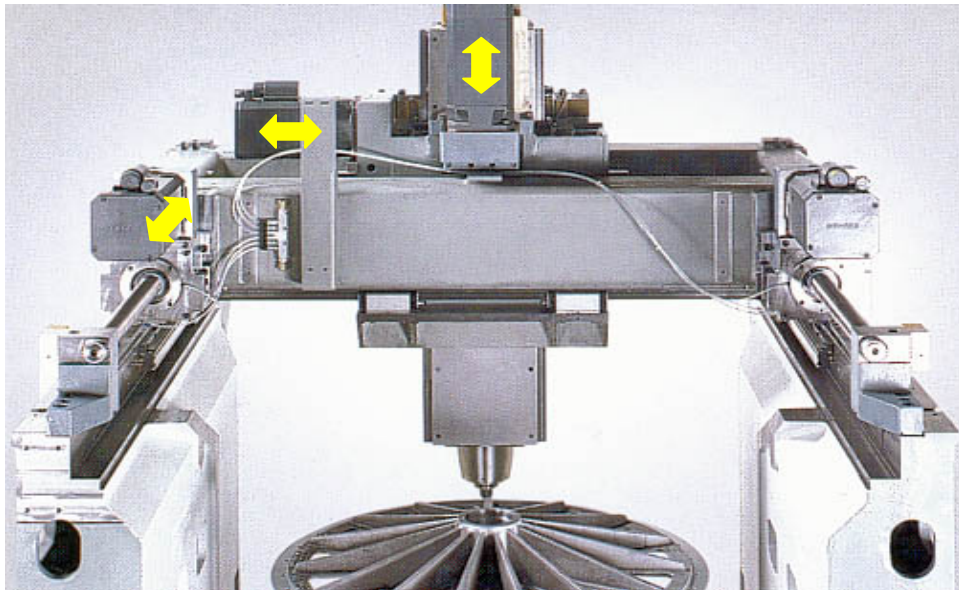


Figure 2 : Machine sans capotage

Le plan A4 (ci-joint en annexe 2) représente la chaîne cinématique de l'axe vertical Z, les éléments de guidage en translation ne sont pas représentés.

### ***Problématique :***

En phase de production, pour suivre les conditions d'usinage (usure, défaillance...), il est intéressant de pouvoir suivre l'évolution des actions mécaniques de la pièce sur l'outil.

Pour les opérations axiales comme le perçage, une solution simple consiste à exploiter la valeur de l'intensité du courant d'alimentation du moteur d'axe (Accessible grâce au variateur). En effet le couple moteur est directement proportionnel à ce courant.

L'objectif de cet exercice est de mettre en place un modèle en phase de perçage permettant d'exprimer une relation entre l'effort axial de la pièce sur l'outil et le couple moteur déduit de la valeur du courant fournie par le variateur.

**L'étude porte donc sur une opération d'usinage axiale réalisée par l'axe vertical numérisé Z de la machine DMC 65V.**

### ***Questions :***

1. Compléter le graphe de liaisons partiel. Le repérage des classes d'équivalence est défini sur le schéma de la question 2.
2. Compléter le schéma cinématique.
3. Compléter la forme générale des torseurs intereffort.
4. Calculer le degré d'hyperstatisme du mécanisme en se limitant au graphe de liaison de la question 1.

**Données complémentaires :**

- Intensité de l'effort axial de la pièce sur l'outil :  $F_a$
- Masse du mobile 1 :  $M_1$
- Vitesse de déplacement du mobile 1 par rapport au bâti de la machine :  $V_1$
- Pas du système vis écrou en m/tour :  $p$
- Inertie du sous ensemble (rotor moteur + poulie) autour de son axe :  $J_m$
- Vitesse de rotation du moteur d'axe Z :  $\omega_m$
- Couple fourni par le moteur d'axe Z :  $C_m$
- Inertie du sous ensemble 2 autour de son axe de révolution :  $J_2$
- Vitesse de rotation du sous ensemble 2 par rapport au bâti de la machine:  $\omega_2$
- Rapport de réduction de la transmission par courroie :  $k = \omega_m / \omega_2$
- Rendement global de la chaîne de transmission (hors guidage en translation) :  $\eta$
- Intensité de l'effort axial de frottement sec (loi de Coulomb) dans le guidage en translation :  $F_f$
- Accélération de la pesanteur :  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$

5. Exprimer en fonction de  $\omega_m$ , l'énergie cinétique dans son mouvement par rapport à R0 de :
- a. La classe d'équivalence 1 (mobile)
  - b. La classe d'équivalence 2
  - c. La classe d'équivalence 3 (rotor du moteur d'axe + poulie)

L'énergie cinétique de la courroie dans son mouvement par rapport à R0 est négligée.

6. Exprimer l'inertie équivalente (notée  $J_{eq}$ ) de la chaîne cinématique ramenée sur l'arbre moteur.
7. Ecrire le théorème de l'énergie cinétique sous sa forme générale en identifiant clairement vos notations. (Question de cours)
8. Compléter le bilan des puissances. Justifier l'expression de la puissance d'entrée.
9. Ecrire le théorème de l'énergie cinétique appliqué à notre chaîne cinématique.
10. Exprimer le couple moteur  $C_m$  sous la forme :

$$C_m = a \frac{d\omega_m}{dt} + b \cdot F_a - c \cdot M_1 \cdot g + d \cdot F_f$$

Avec a, b, c et d constantes positives à exprimer en fonction des paramètres de l'exercice.

Pour la suite on étudie le comportement approché du système en prenant un modèle simplifié où toutes les liaisons sont supposées parfaites. Pour les applications numériques on prendra :

- $M_1 = 320 \text{ kg}$
- $p = 0,03 \text{ m/tour}$
- $J_m = 0,0048 \text{ m}^2\text{kg}$
- $J_2 = 0,023 \text{ m}^2\text{kg}$
- $k = 2,25$
- Accélération/décélération du mobile :  $dV_1/dt = +/- 2\text{m.s}^{-2}$

11. Pour un déplacement à vide ( $F_a=0$ ) pour le graphe de vitesse donné dans le document réponse, calculer et tracer l'évolution du couple moteur sur le graphe.

12. Un tracé du couple  $C_m$  issu d'une campagne de mesures en phase de déplacement à vide ( $F_a=0$ ) est disponible ci-joint. En vous aidant de l'expression du couple moteur  $C_m$ , retrouver et identifier sur le graphique :

- Phase de montée à vitesse constante
- Phase de descente à vitesse constante
- Changement de sens (montée, descente)
- Changement de sens (descente, montée)
- Phase à accélération constante
- Phase de variation d'accélération

Ces essais à vide préliminaires sont importants pour caler le modèle et quantifier les frottements... Pour la suite de notre problème nous conserverons les liaisons parfaites.

Pour notre problématique, en faite nous connaissons  $C_m$  (calculé à partir de l'intensité d'alimentation du moteur d'axe) et nous cherchons à calculer  $F_a$ .

13. Donner l'expression de  $F_a$  en fonction de  $C_m$ ,  $J_{eq}$ ,  $M_1$ ,  $k$ ,  $p$ ,  $g$  et  $\frac{d\omega_m}{dt}$ .

14. En phase d'usinage (opération de perçage) l'évolution simplifiée du couple moteur est disponible ci-joint.

- Calculer et tracer en bleu, l'évolution de l'effort axial  $F_a$ .
- Calculer et tracer en vert, l'évolution de l'accélération du mobile.
- On note que les créneaux, de l'évolution simplifiée du couple moteur, sont des « trapèzes » sur la courbe de la question 12. Expliquer pourquoi.

## Exercice 2 : Etude d'un système de transformation de mouvement à came et galet suiveur.

Le système schématisé ci-dessous est un système de transformation de mouvement à came disque et galet suiveur. Il est extrait de la cinématique d'une machine d'embouteillage et bouchage.

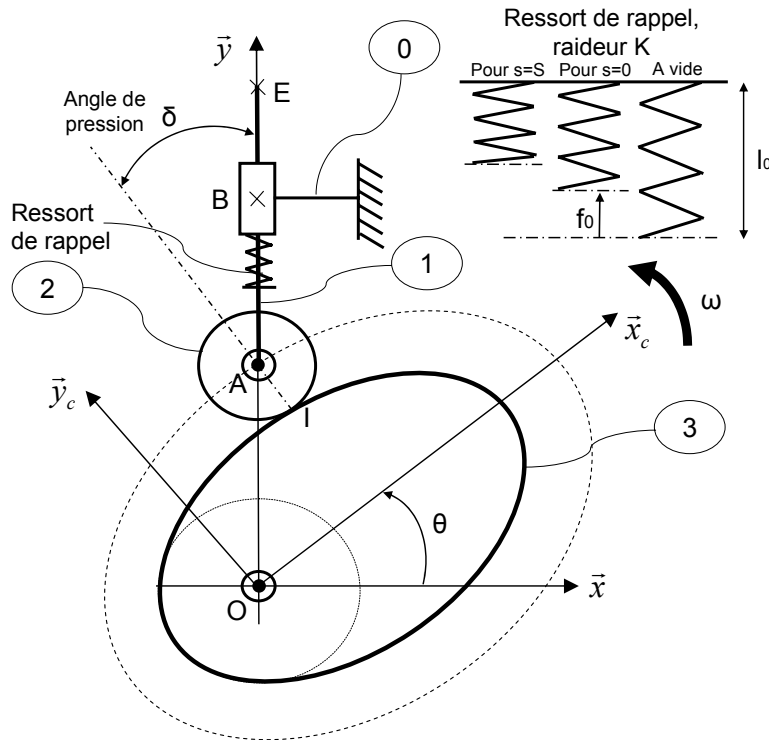


Figure 1 : Schéma cinématique

Les différentes classes d'équivalence sont identifiées :

- 0 : Bâti, lié au repère  $R_0 (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$
- 1 : Coulisseau de masse  $m_1$
- 2 : Galet de came de masse  $m_2$
- 3 : Came disque, liée au repère  $R_c (O, \vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c)$

Le mouvement du mobile 1 par rapport au bâti 0 est une translation d'amplitude  $S$ . La position relative des pièces, notée  $s$ , a une loi temporelle de la forme :

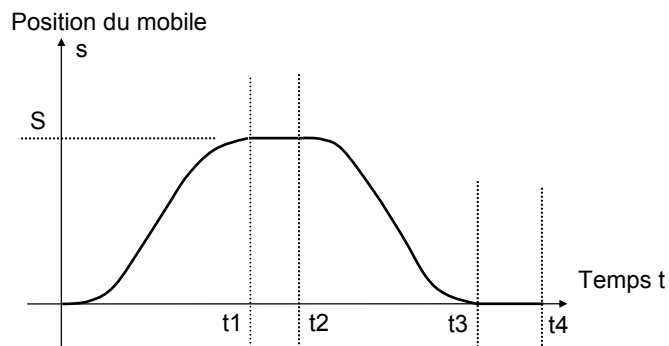


Figure 2 : loi de déplacement mobile

Pour limiter les intensités des variations d'accélération, les plages de montée et descente du mobile sont des courbes polynomiales de degré 3, 4, 5.

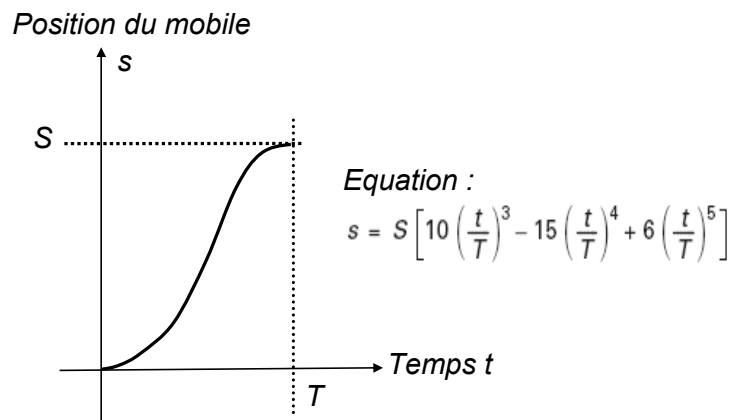


Figure 3 : Equation et paramétrage de la loi de montée

### Partie 1 : Profil de came.

- Déterminer les lois temporelles de vitesse (notée  $v_y$ ) et d'accélération (notée  $a_y$ ) sur la plage de montée d'un point du mobile par rapport à  $R_0$ .
- A partir du paramétrage proposé en figure 2, si on reproduit le même type de loi polynomiale 3, 4, 5, déduire l'équation du polynôme de la plage de descente.

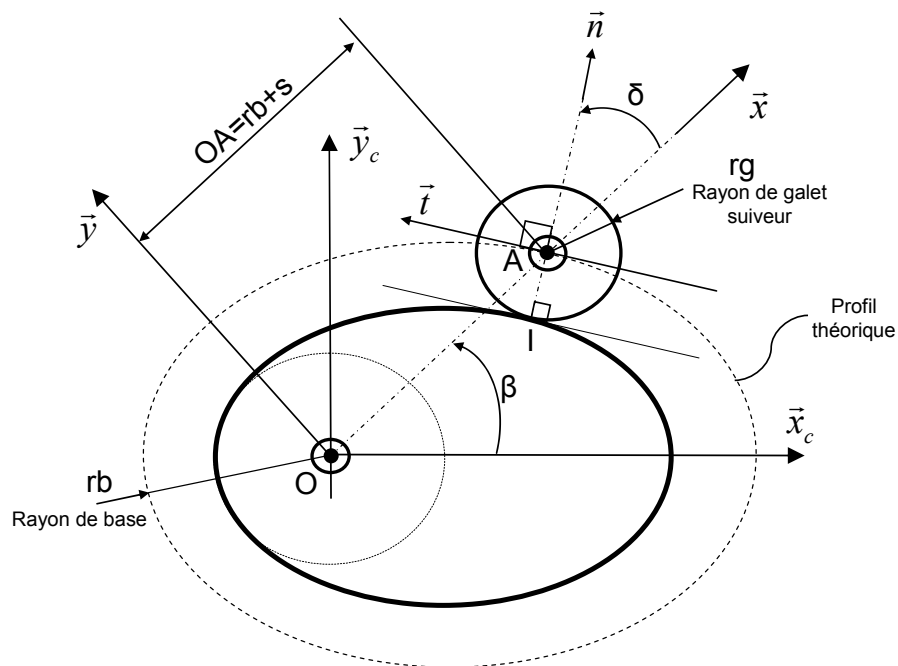


Figure 4 : rotation du galet autour de la came

- En considérant le mouvement du galet autour de la came (voir figure 4), exprimer les coordonnées du point A (centre du galet suiveur) dans le repère  $R_c$  lié à la came, en fonction de  $rb$ ,  $s$  et  $\beta$ .

L'ensemble des points A est appelé le profil théorique de la came. Le profil réel est une courbe parallèle au profil théorique décalée de la valeur du rayon du galet suiveur.

## Partie 2 : Etude du décollement.

Le torseur des actions extérieures sur le mobile (1+2) appliqué au point E, a la forme générale :

$$\begin{bmatrix} X_e & L_e \\ Y_e & M_e \\ Z_e & N_e \end{bmatrix} \text{ Exprimé dans la base } (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

Pour la suite de l'exercice, le torseur intereffort du solide i sur le solide j exprimé au point P, sera noté :

$$\{T_{i \rightarrow j}\}_P = \begin{bmatrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{bmatrix} \text{ Dans une base à définir.}$$

4. Isoler le mobile (1+2), de masse  $M=m_1+m_2$  et faire le bilan des actions mécaniques en précisant la forme générale des torseurs intereffort.
5. En considérant un problème plan, écrire les 3 équations issues du PFD appliqué au mobile (1+2). La masse et le poids ne seront pas négligés.
6. Exprimer la composante  $Y_{32}$  du torseur des actions mécaniques, exprimé dans le repère  $R_0$ , de la came 3 sur le galet 2.
7. Ecrire la condition de non décollement du galet sur la came. Commenter.

Le torseur des actions extérieures sur le mobile en E, exprimé en E dans le repère  $R_0$  est supposé de la forme :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ Y_e & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

8. Si la composante  $Y_e$  est constante et négative, tracer l'évolution possible de la composante  $Y_{32}$  superposée à un graphe semblable à celui de la figure 2. Identifier les zones où on risque le décollement.
9. Comment peut-on limiter les risques de décollement ?

## Partie 3 : Conception.

On souhaite définir la conception détaillée :

- De la liaison pivot de l'axe supportant et guidant la came par rapport au carter,
- De la liaison complète démontable par éléments filetés entre l'axe et la came. (mise en position et maintien en position)
- De la liaison entre le galet suiveur et le coulisseau (auquel appartiennent les colonnes repère 6).

Pour le montage de l'arbre d'entrée, on propose de travailler à partir de l'architecture ci-dessous.

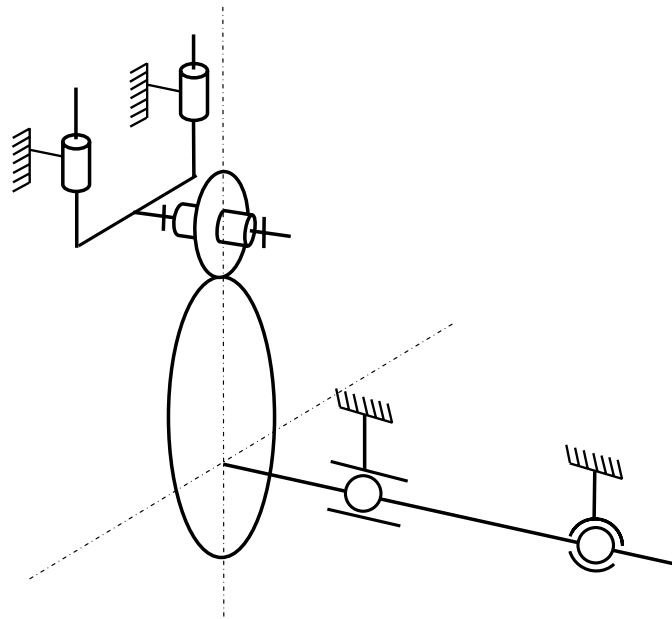


Figure 5 : Schéma architectural guidage en rotation

Informations complémentaires :

- Le système de rappel ressort est extérieur... donc non représenté sur la mise en plan.
- Le carter est une pièce moulée en alliage léger.
- La lubrification est réalisée à la graisse au montage.
- La documentation constructeur du galet de came est fournie en annexe 1.
- Le couvercle 9 est représenté sous sa forme simplifiée. Sa liaison avec le bâti n'est pas définie et n'est pas à étudier.

10. Réaliser la conception détaillée du système de transformation de mouvement en complétant les vues du document réponse.

11. Proposer des ajustements.



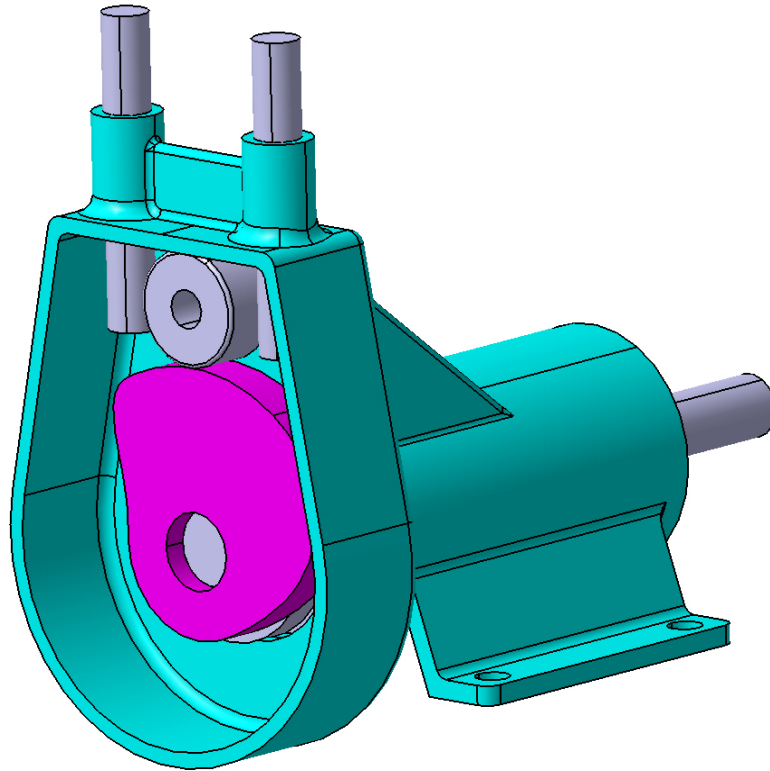


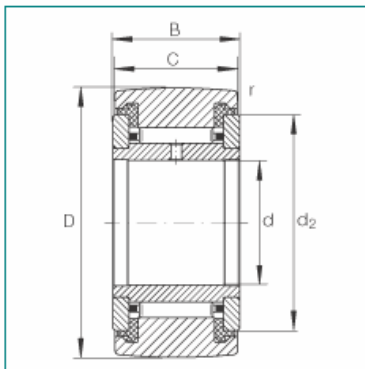
Figure 6 : vue 3D partielle du système de transformation de mouvement (sans couvercle)

#### Annexe 1 :



#### INA : Galets de roulement NATR10-PP

avec guidage axial, rondelle de frottement des 2 côtés



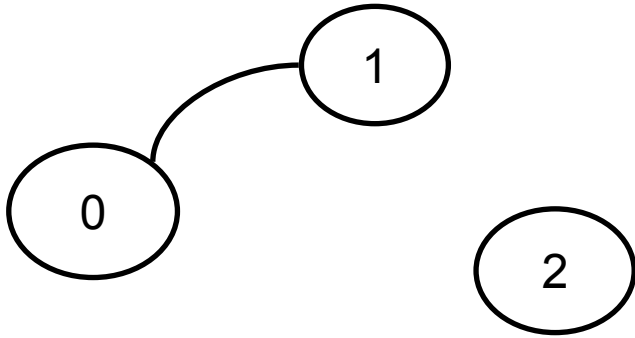
<b>d</b>	10 mm	
<b>D</b>	30 mm	
<b>B</b>	15 mm	

<b>C</b>	14 mm	
<b>d<sub>2</sub></b>	23 mm	
<b>r<sub>min</sub></b>	0,6 mm	

<b>m</b>	64 g	masse
<b>C<sub>r w</sub></b>	6800 N	charge dyn. de base effective en tant que galet (radiale)
<b>C<sub>0r w</sub></b>	8600 N	charge stat. de base effective en tant que galet (radiale)
<b>C<sub>ur w</sub></b>	1220 N	charge limite de fatigue
<b>n<sub>D G</sub></b>	5500 1/min	vitesse de rotation (en continu et pour lubrif. à la graisse)
		Roulement avec rondelle de frottement en matière plastique et profil optimisé INA. Température de fonctionnement admissible : -30°C à +100°C (en continu).

# Exercice 1:

Question 1:



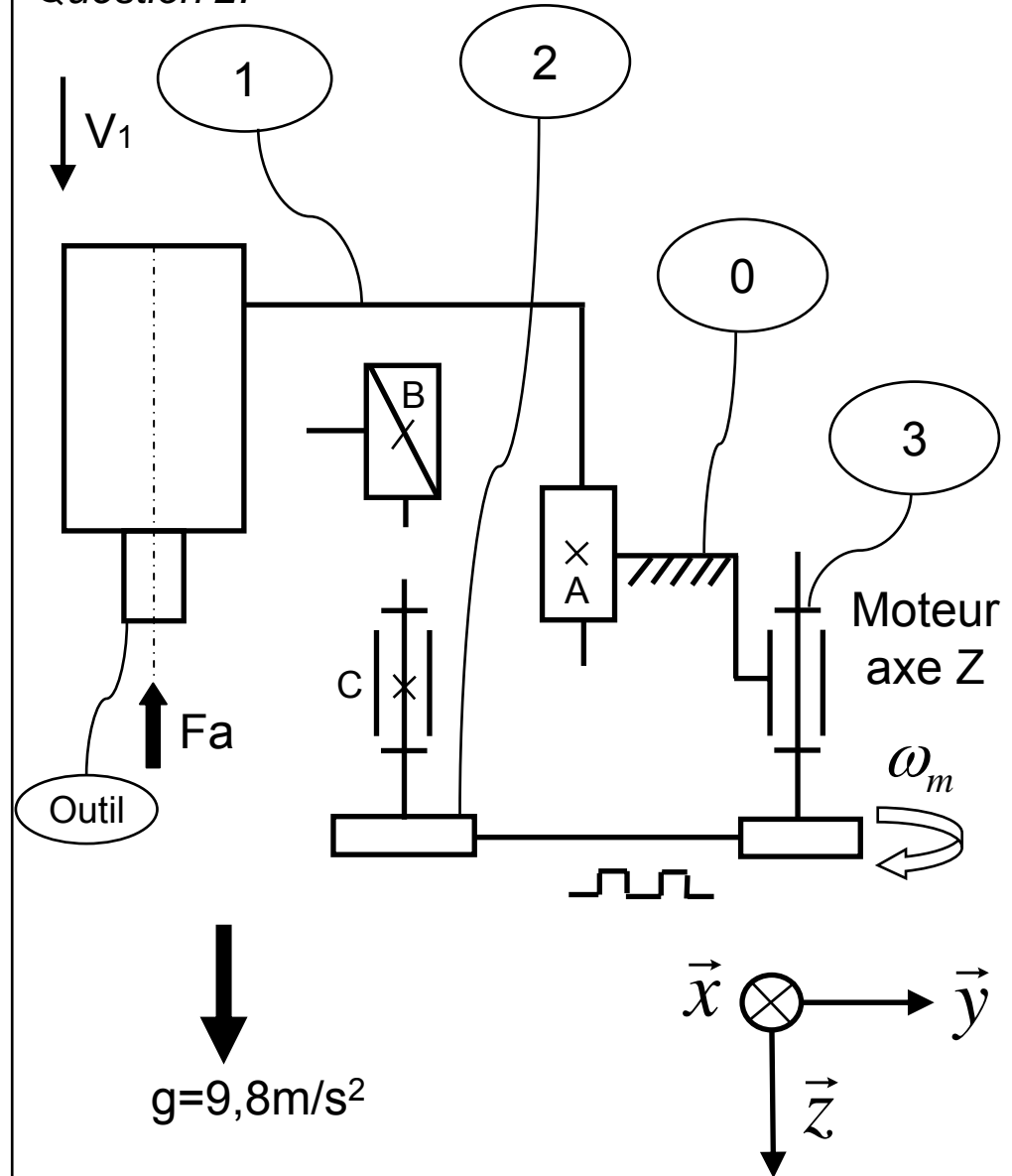
Question 3:

$$[T_{0 \rightarrow 1}] = \begin{matrix} \begin{matrix} X_{01} \\ Y_{01} \\ 0 \end{matrix} \\ A \end{matrix} \begin{matrix} L_{01} \\ M_{01} \\ N_{01} \end{matrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \end{matrix}$$

$$[T_{1 \rightarrow 2}] = \begin{matrix} \\ \\ \\ B \end{matrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \end{matrix}$$

$$[T_{0 \rightarrow 2}] = \begin{matrix} \\ \\ \\ C \end{matrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \end{matrix}$$

Question 2:



*Question 4:*

H=

*Question 5:*

$T(1/R_0) =$

$T(2/R_0) =$

$T(3/R_0) =$

*Question 6:*

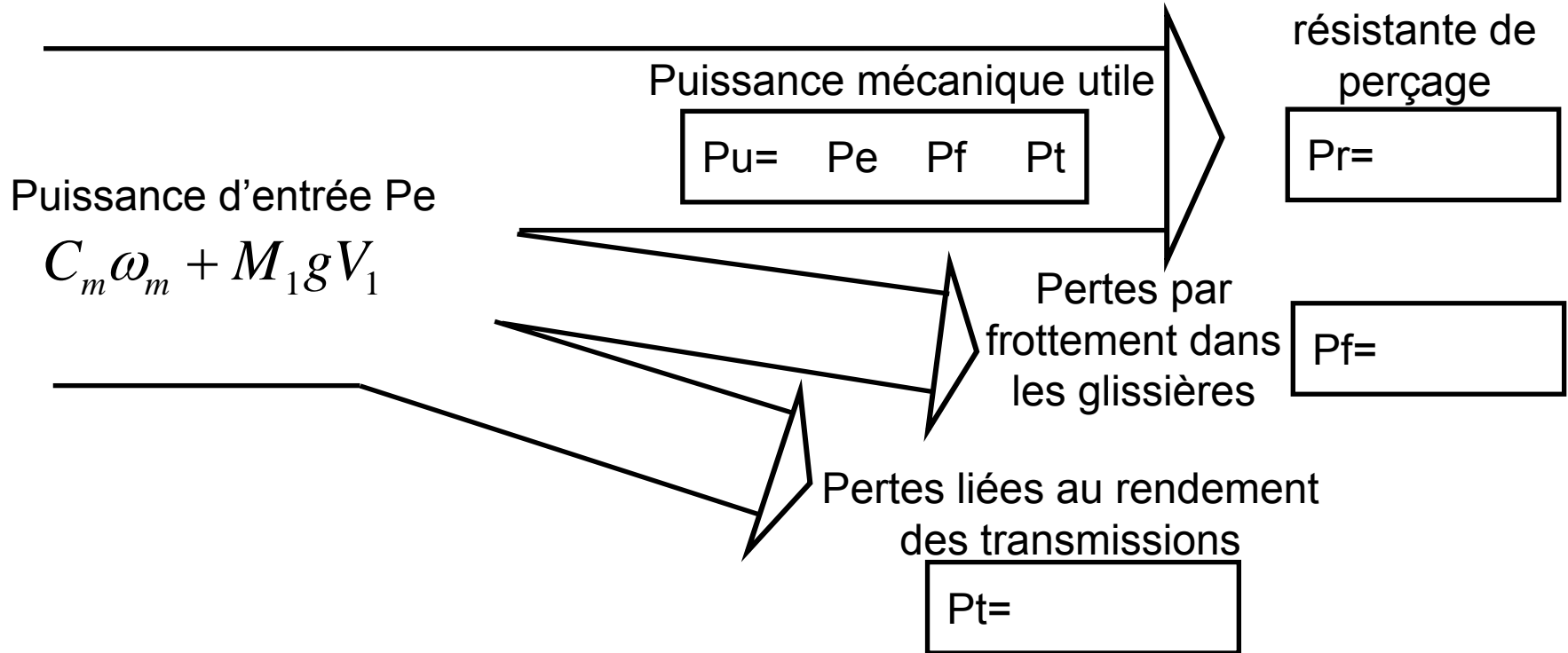
Jeq =

*Question 7:*

Question 8:

En mouvement à la descente ( $V_1 > 0$  et  $\omega_m > 0$ )

Le moteur est en phase motrice



Question 8: (justification de la forme de  $P_e$ )

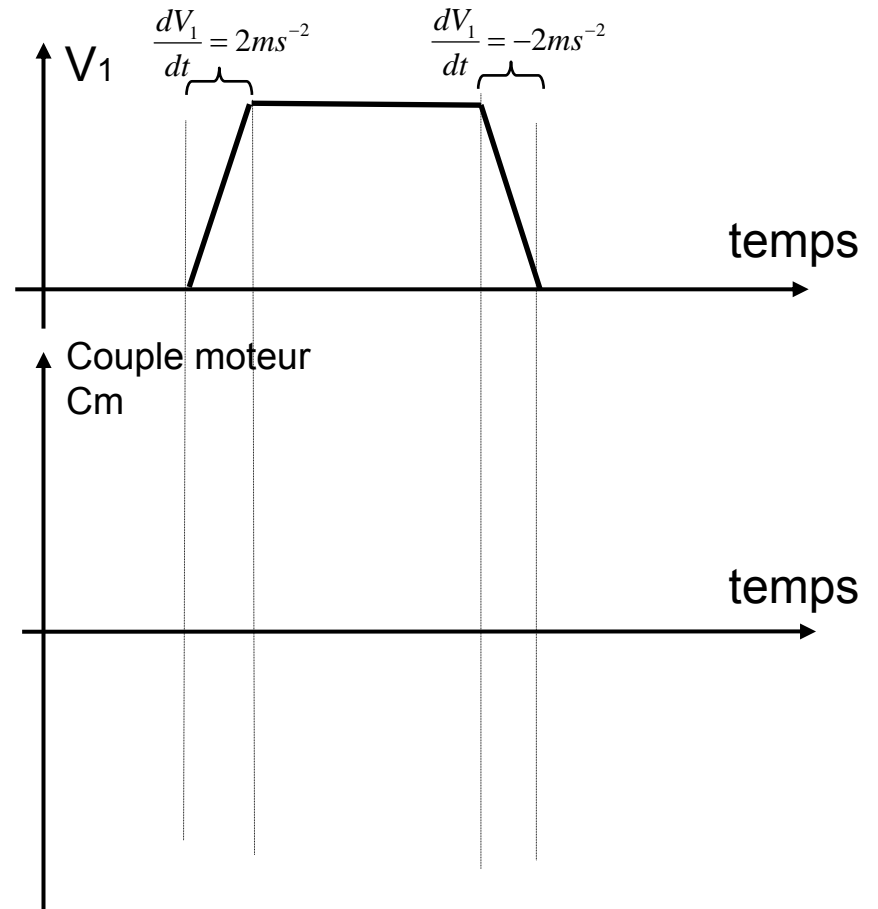
Question 9:

Question 10:

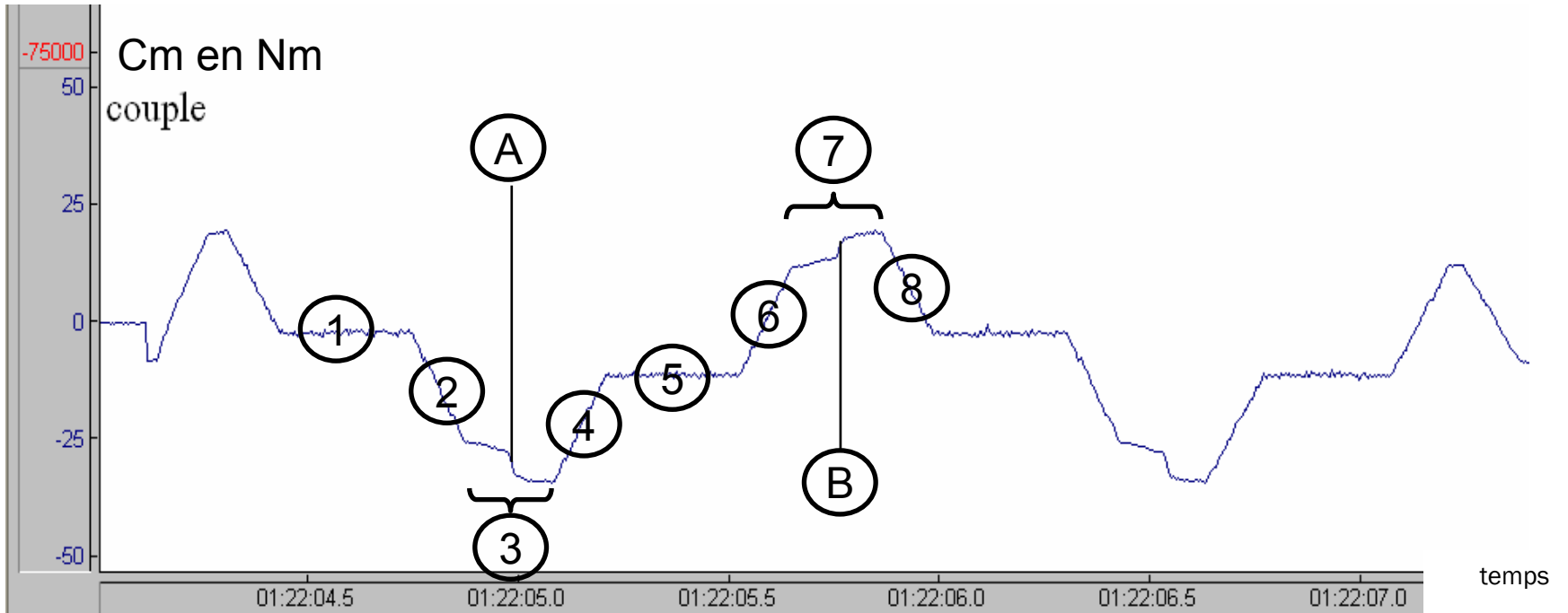
Question 11:

Expression du couple moteur:

Tracé:



Question 12:



① Descente à vitesse constante \_\_\_\_\_

② \_\_\_\_\_

③ \_\_\_\_\_

④ \_\_\_\_\_

⑤ \_\_\_\_\_

⑥ \_\_\_\_\_

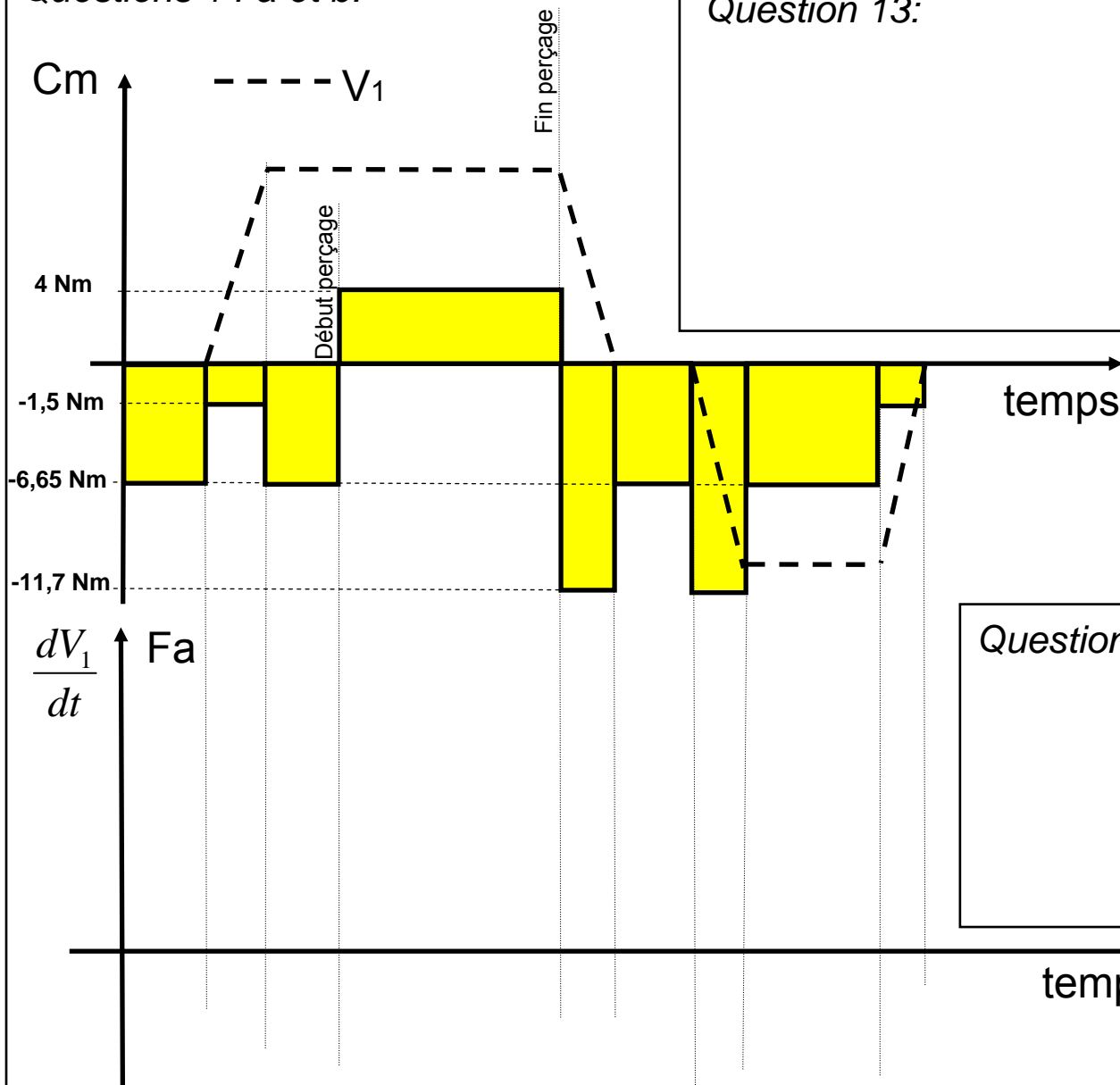
⑦ Phase à accélération constante \_\_\_\_\_

⑧ \_\_\_\_\_

A Changement de sens descente/montée \_\_\_\_\_

B \_\_\_\_\_

Questions 14 a et b:

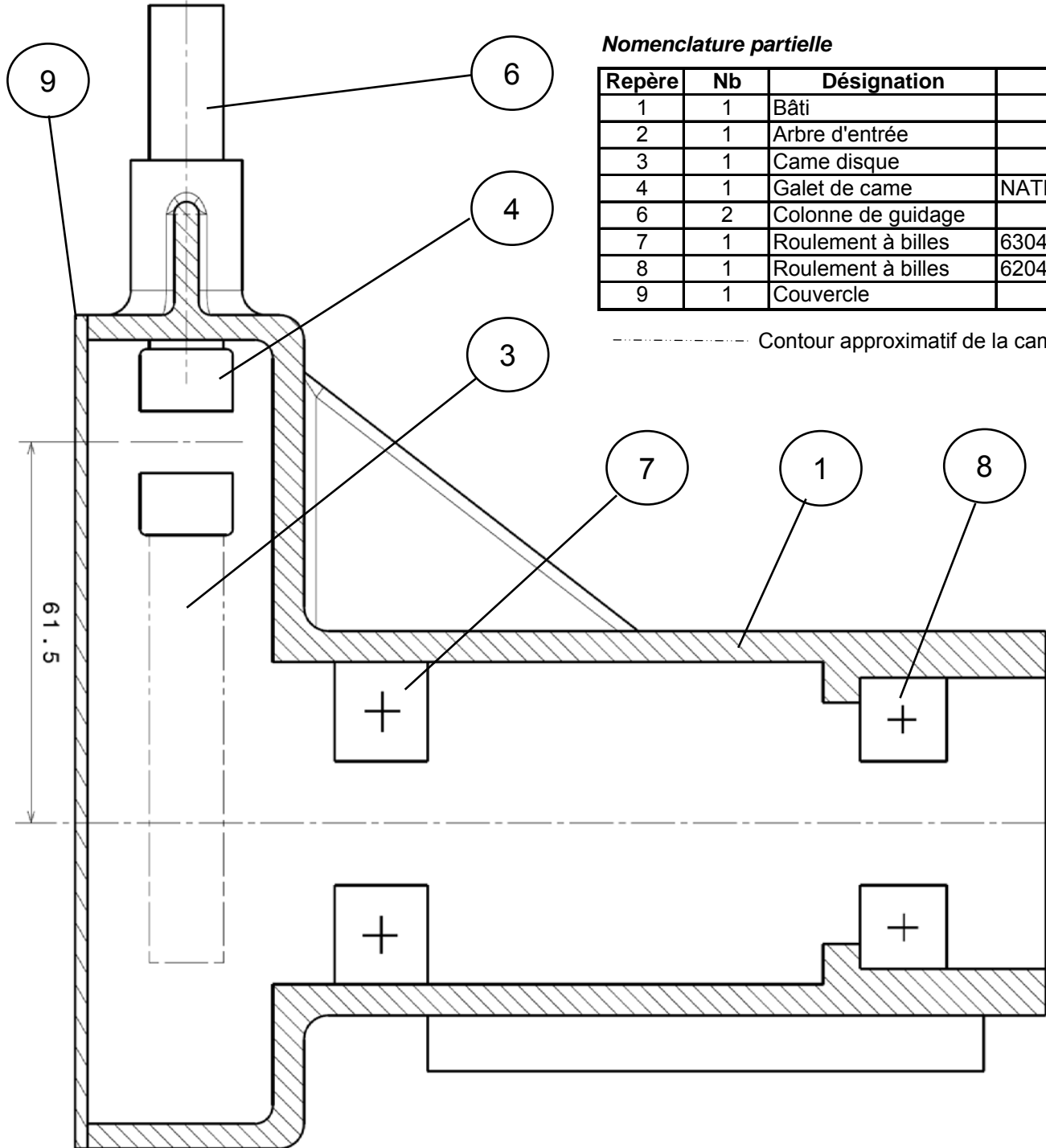


Question 13:

$\frac{dV_1}{dt}$  Fa

Question 14 c:

temps



**Nomenclature partielle**

Repère	Nb	Désignation	Référence
1	1	Bâti	
2	1	Arbre d'entrée	
3	1	Came disque	
4	1	Galet de came	NATR10-PP, INA
6	2	Colonne de guidage	
7	1	Roulement à billes	6304
8	1	Roulement à billes	6204
9	1	Couvercle	

----- Contour approximatif de la came

**Questions 10 et 11:**

On ne s'attachera pas à la dimension réelle des composants. On veillera à ce que les proportions soient convenablement respectées, afin de ne pas introduire de distorsion de compréhension à la lecture.



**Questions 10 et 11 (suite):**

On ne s'attachera pas à la dimension réelle des composants. On veillera à ce que les proportions soient convenablement respectées, afin de ne pas introduire de distorsion de compréhension à la lecture.

