

## *Etude d'un aérogénérateur*

### **Recommandations :**

*L'usage de la calculatrice est autorisé.*

*Les trois parties sont très largement indépendantes et comprennent de nombreuses questions indépendantes entre elles. Il est cependant vivement conseillé de lire l'ensemble de l'énoncé.*

*Certains rappels et notations figurent en fin d'énoncé.*

*Les documents réponses fournis devront être utilisés avec soin et en tenant compte des indications figurant dans l'énoncé (échelles notamment).*

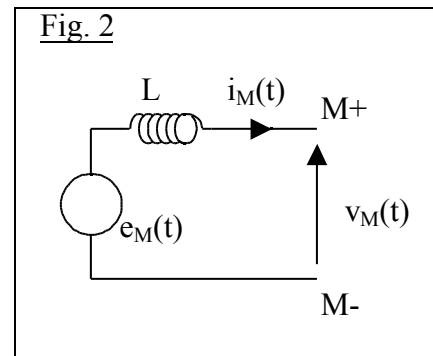
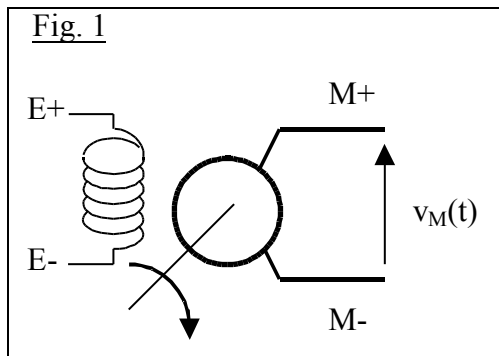
*Le formalisme de Laplace (variable «  $p$  ») pourra être utilisé lorsque nécessaire.*

L'objet de ce problème consiste à étudier une méthode utilisée pour produire de l'énergie électrique à partir d'une éolienne. Le dispositif porte alors le nom « aérogénérateur » et est constitué de plusieurs sous-ensembles qui vont être étudiés indépendamment de la partie contrôle et gestion de la production d'énergie. La photographie suivante représente deux masts éoliens servant de support aux aérogénérateurs : il sont de hauteur 30 mètres, les pales étant de longueur 14 mètres. La puissance nominale de chaque aérogénérateur est  $P_n = 300$  kW.



Les pales entraînent une génératrice électrique qui doit fournir une énergie électrique « utile ». Les aérogénérateurs ne sont pas reliés au réseau électrique de distribution mais servent uniquement à alimenter des installations isolées nécessitant cependant une énergie sous forme alternative, de fréquence 50 Hz et de valeur efficace de tension stable et égale à  $V_n = 400$  Volts.

La génératrice utilisée est une machine à courant alternatif de type synchrone, à excitation indépendante. Le principe simplifié d'une telle machine, tel qu'il sera utilisé dans la suite est le suivant : « l'induit » de la machine, bornes M+ et M- du schéma de la figure 1, fournit une tension sinusoïdale notée  $v_M(t)$ , au moyen d'un schéma équivalent fourni par la figure 2 suivante :



Sur ce schéma,  $e_M(t)$  désigne la force électromotrice (ou f.e.m.) et  $i_M(t)$  représente le courant délivré par la machine (convention générateur). Le courant, la f.e.m. et la tension sont tous supposés sinusoïdaux, de même pulsation  $\omega_M$ . On peut alors noter :

$$e_M(t) = E_M \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega_M t + \varphi) \quad v_M(t) = V_M \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega_M t) \quad i_M(t) = I_M \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega_M t - \theta)$$

$E_M$ ,  $V_M$  et  $I_M$  représentent respectivement la valeur efficace de  $e_M(t)$ ,  $v_M(t)$  et  $i_M(t)$ . L'angle  $\varphi$  est le déphasage « avance » de la f.e.m. par rapport à la tension ; l'angle  $\theta$  est le déphasage « retard » du courant par rapport à la tension.

La vitesse de rotation de la machine synchrone sera notée  $\omega_0$  et son courant d'excitation sera noté  $i_e$  : il s'agit d'un courant continu qui doit circuler entre les bornes E+ et E- du schéma de la figure 1. Compte tenu de ces notations, les propriétés de la machine permettent d'écrire les relations suivantes :

$$E_M = k_e \cdot i_e \quad \text{et} \quad \omega_0 = n_p \cdot \omega_M$$

$k_e$  et  $n_p$  sont deux constantes « de fabrication »,  $L$  représente une inductance équivalente. Leurs valeurs numériques sont les suivantes :  $k_e = 0,11 \text{ V}\cdot\text{s}/\text{A}$  ;  $n_p = 0,5$  ;  $L = 3 \text{ mH}$ .

### 1. Régime permanent.

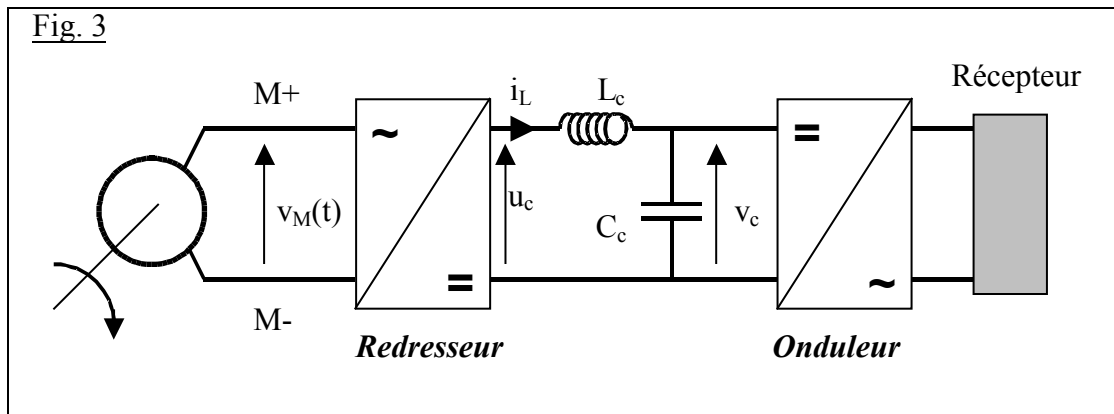
L'aérogénérateur tourne à vitesse constante et, après multiplication de vitesse, la machine synchrone tourne également à vitesse constante :  $\omega_0 = \omega_M$ . Le courant d'excitation de la machine est également maintenu constant :  $i_e = I_0$ . Les valeurs numériques sont les suivantes :  $\omega_0 = 157 \text{ rd/s}$  et  $I_0 = 25 \text{ A}$ .

- 1.1. Dans ces conditions, la valeur efficace de la f.e.m. ainsi que la pulsation sont constantes.
  - 1.1.1. Calculer les valeurs numériques de  $E_M$  et de  $\omega_M$  ainsi que la fréquence  $f_M$  de toutes les grandeurs sinusoïdales.
  - 1.1.2. Quelle est, en tr/mn, la vitesse de rotation de la machine notée  $N_0$  ?
  - 1.1.3. Comment s'écrit l'impédance complexe  $\underline{Z}$  représentant  $L$  ? Calculer les valeurs numériques de son module  $|\underline{Z}|$  et de son argument  $\arg(\underline{Z})$ .
  - 1.1.4. Ecrire les complexes  $\underline{V}_M$ ,  $\underline{E}_M$  et  $\underline{I}_M$  équivalents respectivement à  $e_M(t)$ ,  $v_M(t)$  et  $i_M(t)$  en utilisant les notations suivantes  $V_M$ ,  $E_M$ ,  $I_M$ ,  $\varphi$  et  $\theta$  (on se référera aux rappels figurant en fin d'énoncé).
  - 1.1.5. Ecrire la relation (en grandeurs complexes) donnant la tension  $\underline{V}_M$  en fonction de  $\underline{E}_M$ ,  $\underline{I}_M$  et  $\underline{Z}$ .
- 1.2. La machine délivre un courant de valeur efficace  $I_{M1} = 300 \text{ A}$ , en phase avec la tension (récepteur résistif).
  - 1.2.1. Tracer l'allure du diagramme de Fresnel représentant les vecteurs  $\underline{E}_M$ ,  $\underline{V}_M$  et  $\underline{I}_M$  en utilisant la tension comme origine des phases. On pourra se référer aux rappels sur ce diagramme figurant en fin d'énoncé.
  - 1.2.2. Calculer numériquement la valeur efficace de la tension  $V_{M1}$  aux bornes de la machine.
- 1.3. La machine débite maintenant un courant de même intensité  $I_{M1}$  mais sur un récepteur purement inductif.
  - 1.3.1. Tracer l'allure du diagramme de Fresnel représentant les vecteurs  $\underline{E}_M$ ,  $\underline{V}_M$  et  $\underline{I}_M$  en utilisant toujours la tension comme origine des phases.
  - 1.3.2. Calculer numériquement la tension  $V_{M2}$  aux bornes de la machine.

- 1.4. On souhaite évaluer la puissance délivrée par l'aérogénérateur sur un récepteur résistif et inductif.
- 1.4.1. Avec toujours la tension comme origine des phases, tracer l'allure du diagramme de Fresnel représentant les vecteurs  $\underline{E}_M$ ,  $\underline{V}_M$  et  $\underline{I}_M$  pour un angle quelconque.
  - 1.4.2. Etablir la relation donnant  $E_M \sin \phi$  en fonction de  $I_M$ , et  $|Z|$ .
  - 1.4.3. Donner l'expression de la puissance moyenne délivrée, notée  $P$ , en fonction de  $V_M$ ,  $I_M$  et  $\phi$ .
  - 1.4.4. Déterminer ensuite l'expression de cette même puissance moyenne en fonction uniquement de  $E_M$ ,  $V_M$ ,  $|Z|$  et de l'angle  $\phi$ .
  - 1.4.5. Pour une valeur de tension  $V_M$  fixée, quelle valeur  $\phi_0$  de l'angle  $\phi$  permet d'obtenir une puissance maximale si la vitesse reste constante et l'excitation également (la f.e.m. étant alors de module constant) ?
  - 1.4.6. Pour cette valeur de tension et pour cet angle  $\phi_0$ , quelle est alors la nature du récepteur ?

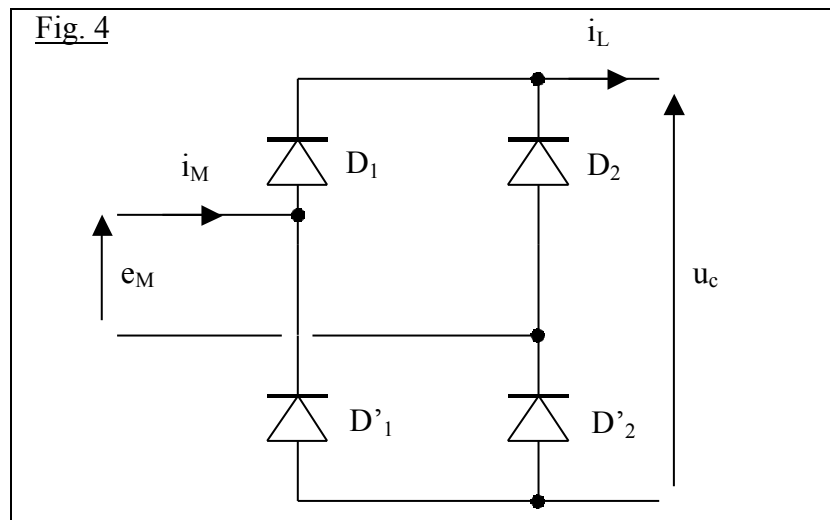
**2. Redressement.**

Afin d'éliminer les problèmes liés à la variation de vitesse de l'aérogénérateur, on préfère souvent utiliser un étage « continu » avant de délivrer la puissance au récepteur. Le dispositif est alors celui représenté sur la figure 3 où deux convertisseurs, appelés *Redresseur* et *Onduleur*, sont disposés en cascade entre la machine et le récepteur. L'onduleur ne sera pas étudié dans ce problème : il correspond à la transformation d'énergie continue en énergie sous forme alternative. On notera la présence de l'inductance  $L_c$  et du condensateur  $C_c$ .



**Dans toute cette partie 2 , on considère que la tension  $v_c$  aux bornes du condensateur reste constante, égale à  $V_c$ .**

On néglige l'influence de  $L$  et l'on peut donc considérer que la tension alimentant le Redresseur est égale à :  $v_M(t) = e_M(t) = E_M \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t)$ , avec  $E_M = 400$  V et  $\omega = 314$  rd/s. Le redresseur est un pont double à diodes (de type PD2) comme représenté sur la figure 4 suivante, les diodes étant considérées comme parfaites.



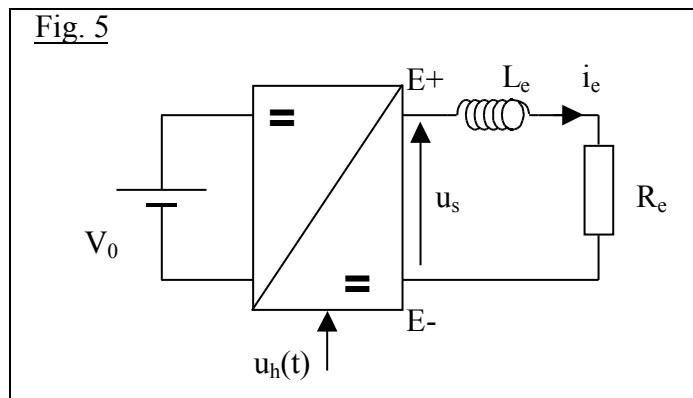
On considère que ce montage redresseur fonctionne en conduction continue et que, par conséquent, le courant  $i_L(t)$  qu'il délivre ne s'annule jamais lorsque le montage fonctionne en régime permanent, seul régime étudié ici. Compte tenu des notations, on aura donc :  $i_L(t) > 0$ .

- 2.1. Calcul de la tension  $V_c$ .
  - 2.1.1. A partir du tracé de la tension  $e_M(t)$ , donner l'allure de la tension  $u_c(t)$  en sortie du redresseur.
  - 2.1.2. Exprimer la pulsation  $\omega_c$  de la tension  $u_c$  en fonction de  $\omega_M$ .
  - 2.1.3. Déterminer, en fonction de  $E_M$ , l'expression littérale donnant la valeur moyenne  $U_{c0}$  de cette tension  $u_c(t)$ .
  - 2.1.4. En déduire l'expression de la tension  $V_c$  aux bornes du condensateur. Calculer numériquement  $V_c$ .
- 2.2. On souhaite déterminer la valeur minimale à donner à l'inductance  $L_c$ . Pour cela, on utilise la décomposition en série de Fourier de la tension  $u_c(t)$ . On prendra le soin de simplifier cette expression en tenant compte des propriétés de parité de cette tension.
  - 2.2.1. A partir de cette expression, déterminer la valeur efficace de son terme fondamental, noté  $U_{c1}$ , en fonction de  $E_M$ .
  - 2.2.2. Déterminer, sans calcul, la valeur efficace  $V_1$  du terme fondamental de la tension  $v_L(t)$  en fonction de  $E_M$ .
  - 2.2.3. En déduire l'expression de la valeur efficace du terme fondamental du courant  $i_L(t)$ , terme noté  $I_1$ , en fonction de  $E_M$ ,  $\omega_M$  et  $L_c$ .
  - 2.2.4. Quelle est la valeur minimale à donner à l'inductance  $L_c$  pour que l'amplitude du fondamental du courant  $i_L(t)$  reste inférieure à 5 A ? Calculer numériquement cette valeur.
- 2.3. Le dispositif délivre une puissance moyenne  $P_0 = 300$  kW.
  - 2.3.1. Déterminer la valeur moyenne  $I_{L0}$  du courant  $i_L(t)$ . Calculer numériquement  $I_{L0}$ .
  - 2.3.2. Tracer l'allure du courant  $i_M(t)$  délivré par la source de tension  $e_M(t)$ . **Pour cela, on négligera l'ondulation du courant  $i_L(t)$  qui sera donc considéré comme constant et égal à  $I_{L0}$ .**
  - 2.3.3. Déterminer, en fonction de  $I_{L0}$ , l'expression de la valeur efficace  $I_{M0}$  du courant  $i_M(t)$ . Calculer numériquement  $I_{M0}$ .
- 2.4. Quels sont les effets d'un ralentissement de l'aérogénérateur ?

### 3. Asservissement du courant d'excitation.

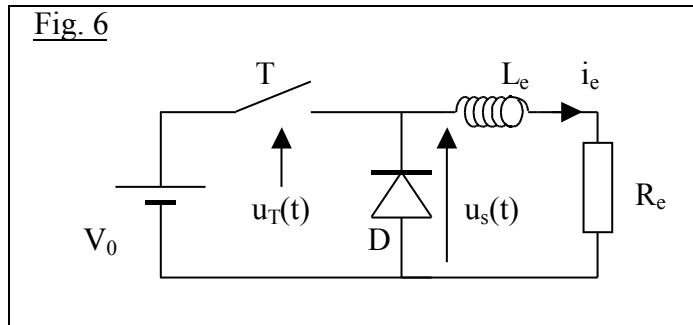
Dans le dispositif étudié précédemment, une variation de vitesse peut s'avérer préjudiciable au bon fonctionnement de la conversion d'énergie. Afin de la compenser, on réalise un asservissement en pilotant le courant d'excitation  $i_e$  de la machine. En effet, on peut considérer que la tension  $v_c$  obtenue (cf. figure 3) est proportionnelle à ce courant et l'on notera donc :  $v_c = k_c \cdot i_e$ . Une augmentation du courant  $i_e$  permet donc d'augmenter cette tension. La valeur numérique du coefficient de proportionnalité est :  $k_c = 4$  ohms.

Le bobinage d'excitation de la machine (bornes E+ et E- de la figure 1) peut aisément être modélisé par un dipôle résistif et inductif, de résistance  $R_e$  et d'inductance  $L_e$  comme indiqué sur la figure 5 suivante.



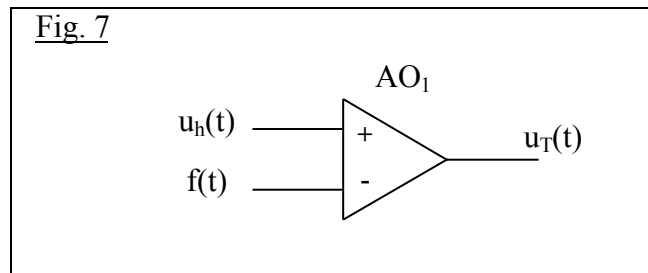
Sur cette même figure 5 est également dessiné le dispositif de commande du courant réalisé au moyen d'un simple hacheur série, lui-même alimenté par une source de tension  $V_0$  constante. La tension de commande du hacheur est notée  $u_h(t)$  et permet de fixer le rapport cyclique de la façon suivante :  $\frac{u_h}{u_{h0}}$ ,  $u_{h0}$  désignant une tension de référence constante :  $u_{h0} = 10 \text{ V}$ . On rappelle que le rapport cyclique d'un hacheur série correspond à la fraction de période pendant laquelle l'interrupteur T est « fermé ».

Le schéma structurel du hacheur série est rappelé sur la figure 6 suivante :



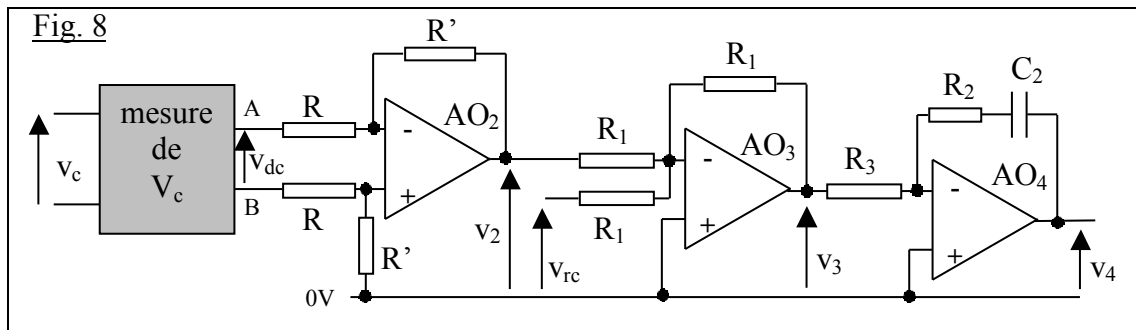
L'interrupteur noté T est parfait et se comporte de la façon suivante : lorsque sa commande  $u_T$  est positive, il est fermé (équivalent à un court-circuit) et lorsque sa commande  $u_T$  est négative, il est ouvert (équivalent à une impédance infinie). La diode D est parfaite (aucune perte, commutations instantanées).

3.1. Le signal de commande  $u_T$  est obtenu à partir de la tension précédemment définie  $u_h(t)$  par comparaison avec une fonction périodique  $f(t)$  de forme triangulaire, d'amplitude  $u_{h0}$  (on notera  $T_h$  la période de  $f(t)$ ). La figure 7 ci-dessous présente le montage utilisant un amplificateur opérationnel parfait, noté  $AO_1$ , alimenté par des sources de tensions symétriques  $+V_{DD}$  et  $-V_{DD}$  (avec  $V_{DD} > u_{h0}$ ).



- 3.1.1. Quelle est la fonction réalisée par cet amplificateur opérationnel ?
- 3.1.2. Tracer l'allure de la tension  $u_T(t)$  sur le document réponse n°1 où figure déjà le tracé de  $f(t)$  et de  $u_h(t)$ . Cette tension  $u_h$  est supposée varier « lentement » au cours du temps.
- 3.1.3. Compléter ce document réponse n°1 en y traçant l'évolution de la tension  $u_s(t)$ .
- 3.2. Le rapport cyclique est maintenu constant, égal à  $\alpha_0$ , pendant plusieurs périodes successives de  $f(t)$ , ce qui correspond donc à une tension  $u_h$  constante. On s'intéresse alors à un régime permanent périodique de toutes les grandeurs électriques étudiées sur ce hacheur. En particulier, le courant  $i_e(t)$  est périodique et son étude fait l'objet des questions suivantes.
  - 3.2.1. Déterminer l'expression de la valeur moyenne  $U_{s0}$  de la tension  $u_s$  en fonction de  $\alpha_0$  et de  $V_0$ .
  - 3.2.2. Déterminer la valeur moyenne du courant  $i_e(t)$ , notée  $I_{e0}$ , en fonction de  $\alpha_0$ ,  $V_0$  et  $R_e$ .
  - 3.2.3. Etablir l'équation différentielle portant sur le courant  $i_e(t)$  en fonction de la tension  $u_s(t)$  et en utilisant les paramètres  $R_e$  et  $L_e$ .
  - 3.2.4. Résoudre cette équation sur l'intervalle de temps  $[0 ; \alpha_0.T_h]$ . On déterminera donc le courant  $i_e(t)$  sur cet intervalle en fonction du temps  $t$ , de  $V_0$  et  $R_e$ , de la constante  $\tau_e = \frac{L_e}{R_e}$  et de  $J_0$ , valeur initiale du courant  $i_e$  au début de cette étude (on supposera  $J_0 > 0$ ).
  - 3.2.5. En déduire l'expression du courant à l'instant  $\alpha_0.T_h$ , notée  $J_1 : J_1 = i_e(\alpha_0.T_h)$ .

- 3.2.6. Résoudre ensuite la même équation différentielle (déterminée à la question 3.2.3.) sur l'intervalle de temps  $[0, T_h; T_h]$ . On déterminera ainsi le courant  $i_c(t)$  sur cet intervalle en fonction du temps  $t$ , de  $i_0, J_1, T_h$  et  $e_c$  en conservant la même origine des temps qu'à la question 3.2.4.
- 3.2.7. En déduire l'expression du courant en fin de période, notée  $J_2 : J_2 = i_c(T_h)$ .
- 3.2.8. En régime permanent périodique, quelle est la relation entre  $J_2$  et  $J_0$  ? En déduire l'expression de  $J_0$  en fonction de  $T_h, i_0, V_0, R_e$  et de  $e_c$ .
- 3.2.9. En supposant que la période  $T_h$  est très faible devant  $e_c$ , déterminer l'expression très simple donnant  $J_0$  en fonction de  $i_0, V_0$  et  $R_e$ . On effectuera pour cela le développement limité au premier ordre des termes exponentiels dont l'argument est petit devant un.
- 3.2.10. En déduire, avec les mêmes hypothèses qu'au 3.2.9, l'expression simplifiée de  $J_1$  en fonction de  $T_h, i_0, V_0, R_e$  et de  $e_c$ .
- 3.3. A partir des résultats des questions précédentes, en conservant donc les hypothèses formulées, notamment à la question 3.2.9., on souhaite déterminer la valeur de la période  $T_h$ .
- 3.3.1. En utilisant les expressions simplifiées obtenues aux questions 3.2.9 et 3.2.10, déterminer l'expression de l'ondulation du courant  $i_c$ , notée  $I_e$ , en fonction uniquement de  $i_0, V_0, L_e$  et  $T_h$ .
- 3.3.2. Quelle valeur de rapport cyclique  $\alpha$  rend cette ondulation maximale ?
- 3.3.3. Déterminer, en fonction de  $L_e$ , l'expression de la période de découpage maximale du hacheur, notée  $T_{hmax}$ , assurant une ondulation  $I_e < 1$  A, quel que soit le rapport cyclique.
- 3.3.4. Calculer alors la fréquence minimale  $f_{min}$  de fonctionnement de ce hacheur pour les valeurs numériques suivantes :  $L_e = 50$  mH et  $V_0 = 400$  V.
- 3.4. Afin de régler la valeur moyenne du courant  $i_c(t)$ , toujours notée  $I_{e0}$ , on utilise une commande issue de la mesure de la tension  $v_c$  comme l'indique la figure 8 suivante, les amplificateurs opérationnels y figurant étant parfaits. Le dispositif réalisant la mesure de la tension  $v_c$  n'est pas étudié : il est simplement représenté par un générateur de tension parfait, noté  $v_{dc}$ , directement proportionnel à la tension  $v_c$ . Le dispositif de mesure réalise également une isolation galvanique. On utilisera la relation de mesure simplifiée :  $v_{dc} = k_d.v_c$  avec la valeur numérique  $k_d = 0,01$ .

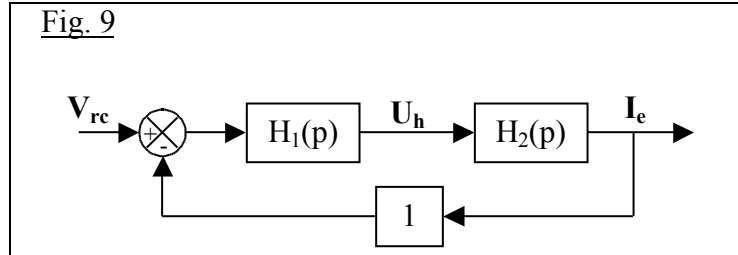


- 3.4.1. Déterminer, en fonction de  $R$  et  $R'$ , l'expression de la tension  $v_2$  en fonction de  $v_{dc}$ . On pourra s'aider de la différence de potentiel entre chacun des points A et B et le potentiel de référence, noté « 0V ».
- 3.4.2. Quelle valeur doit-on donner à  $R'$  en fonction de  $R$  pour obtenir  $v_2 = -25.v_{dc}$  ?
- 3.4.3. Déterminer l'expression de la tension  $v_3$  en fonction des tensions  $v_2$  et  $v_{rc}$ .
- 3.4.4. Pour étudier le fonctionnement de l'amplificateur  $AO_4$ , utiliser le formalisme de Laplace pour déterminer l'expression de la transformée de Laplace  $V_4(p)$  de la tension  $v_4$  en fonction de la transformée de Laplace  $V_3(p)$  de la tension  $v_3$ .
- 3.4.5. En utilisant les transformées de Laplace de toutes les tensions du schéma de la figure 8, déterminer la fonction  $H(p)$  permettant d'exprimer la tension  $V_4(p)$  en fonction des tensions  $V_{dc}(p)$  et  $V_{rc}(p)$  sous la forme :  $V_4(p) = H(p).[V_{rc}(p) - 25.V_{dc}(p)]$ . On exprimera cette fonction de transfert  $H(p)$  en fonction uniquement des deux constantes  $k_{23}$  et  $\tau_2$  définies par :  $k_{23} = \frac{R_2}{R_3}$  et  $\tau_2 = R_2.C_2$ .
- 3.5. La tension  $v_4$  précédente sert à piloter le hacheur étudié dans les questions précédentes :  $u_h = v_4$ . Les relations précédentes ( $V_c = k_c.i_e$  et  $v_{dc} = k_d.V_c$ ) permettent d'écrire  $v_{dc} = k_d.k_c.i_e$ . Par conséquent, la transformée de Laplace  $V_{dc}(p)$  est proportionnelle à la transformée de Laplace  $I_c(p)$  du courant  $i_c$  :

$V_{dc}(p) = k_d \cdot k_c \cdot I_e(p)$ . Par ailleurs, toujours en utilisant les transformées de Laplace, on peut exprimer le courant  $I_e(p)$  en fonction de la tension  $U_h(p)$  de commande par la relation :  $I_e(p) = \frac{k_h}{(1 + \tau_e p) \cdot (1 + \tau_h p)} \cdot U_h(p)$ .

Les valeurs numériques des différents paramètres sont :  $k_h = 0,25$  ;  $\tau_e = 2$  ms ;  $\tau_h = 0,02$  ms.

3.5.1. A partir de toutes ces relations, compléter le schéma-bloc de cet asservissement représenté sur la figure 9 suivante en précisant le contenu de chacun des blocs. On exprimera pour cela les deux fonctions de transfert  $H_1(p)$  et  $H_2(p)$  au moyen uniquement de  $k_h$ ,  $\tau_h$ ,  $\tau_e$ ,  $k_{23}$  et  $\tau_2$ . La constante égale à 1V/A figurant dans la chaîne de retour permet de conserver l'homogénéité des grandeurs.



- 3.5.2. Tracer, sur le document réponse n°2, le diagramme de Bode asymptotique (module et phase) de la fonction de transfert  $H_2(p)$ . Seuls les diagrammes tracés exactement (échelles respectées) seront pris en compte.
- 3.5.3. Les valeurs de  $k_{23}$  et  $\tau_2$  étant réglables, on choisit :  $\tau_2 = \tau_e$ . Tracer alors, toujours sur le document réponse n°2, le diagramme de Bode asymptotique (module et phase) de la fonction de transfert  $H_1(p)$  pour la valeur particulière:  $k_{23} = 1$ .
- 3.5.4. Toujours pour  $\tau_2 = \tau_e$ , déterminer la valeur  $k_0$  à donner à  $k_{23}$  pour assurer une marge de phase de  $45^\circ$  à ce système bouclé. **On gardera  $k_{23} = k_0$  et  $\tau_2 = \tau_e$  pour les questions suivantes.**
- 3.5.5. Quelle est l'erreur statique de cet asservissement ?
- 3.5.6. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $G_{BF}(p)$  de cet asservissement. On exprimera cette fonction de transfert uniquement en fonction de  $\tau_h$ .
- 3.5.7. En identifiant cette fonction de transfert à celle d'un système du second ordre (voir rappels en fin d'énoncé), déterminer le coefficient d'amortissement « m » et la pulsation propre «  $\omega_0$  » du système non amorti en fonction de  $\tau_h$ . Calculer numériquement m et  $\omega_0$ .
- 3.5.8. Donner, en fonction de m et  $\omega_0$ , l'expression de la pulsation de résonance  $\omega_r$  de ce système bouclé. Calculer numériquement  $\omega_r$ .

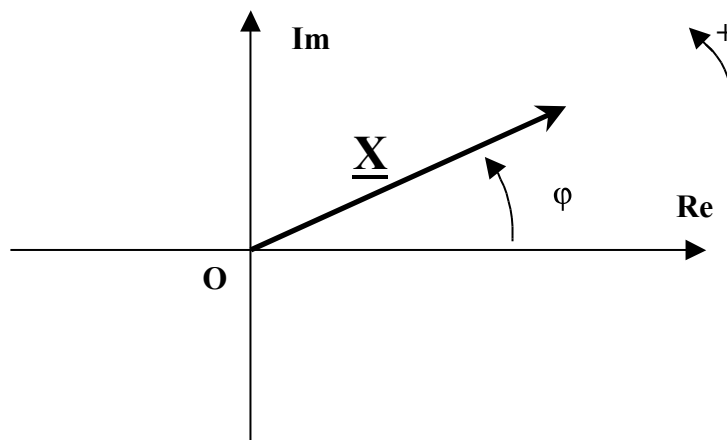
**Rappels et notations**

**A. Diagramme de Fresnel et amplitude complexe.**

Toute grandeur sinusoïdale  $x(t)$  de pulsation fixe peut être représentée par un nombre complexe  $\underline{X}$  de telle sorte que, si  $x(t) = X \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ , alors :  $\underline{X} = X \cdot e^{j\varphi}$ ,  $j$  désignant la racine carrée de  $-1$ .

Un diagramme de Fresnel peut alors représenter, dans le plan complexe, les vecteurs correspondants aux nombres complexes ainsi définis.

La figure donnée ci-dessous à titre d'exemple, représente le vecteur correspondant à  $\underline{X}$ , tracé dans le plan complexe, pour un angle  $\varphi$  de  $30^\circ$ .



**B. Série de Fourier.**

Toute grandeur  $x(t)$  périodique, de période  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ , peut se décomposer en série de Fourier sous la forme :

$$x(t) = x_0 + \sum_{k=1}^{\infty} X_k \cos(k\omega t) + \sum_{k=1}^{\infty} X'_k \sin(k\omega t)$$

avec  $X_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos(k\omega t) dt$  et  $X'_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin(k\omega t) dt$

Dans cette expression,  $x_0$  représente la valeur moyenne de  $x(t)$ .

Si  $x(t)$  est paire, les coefficients  $X'_k$  sont nuls ; si  $x(t)$  est impaire, les coefficients  $X_k$  sont nuls.

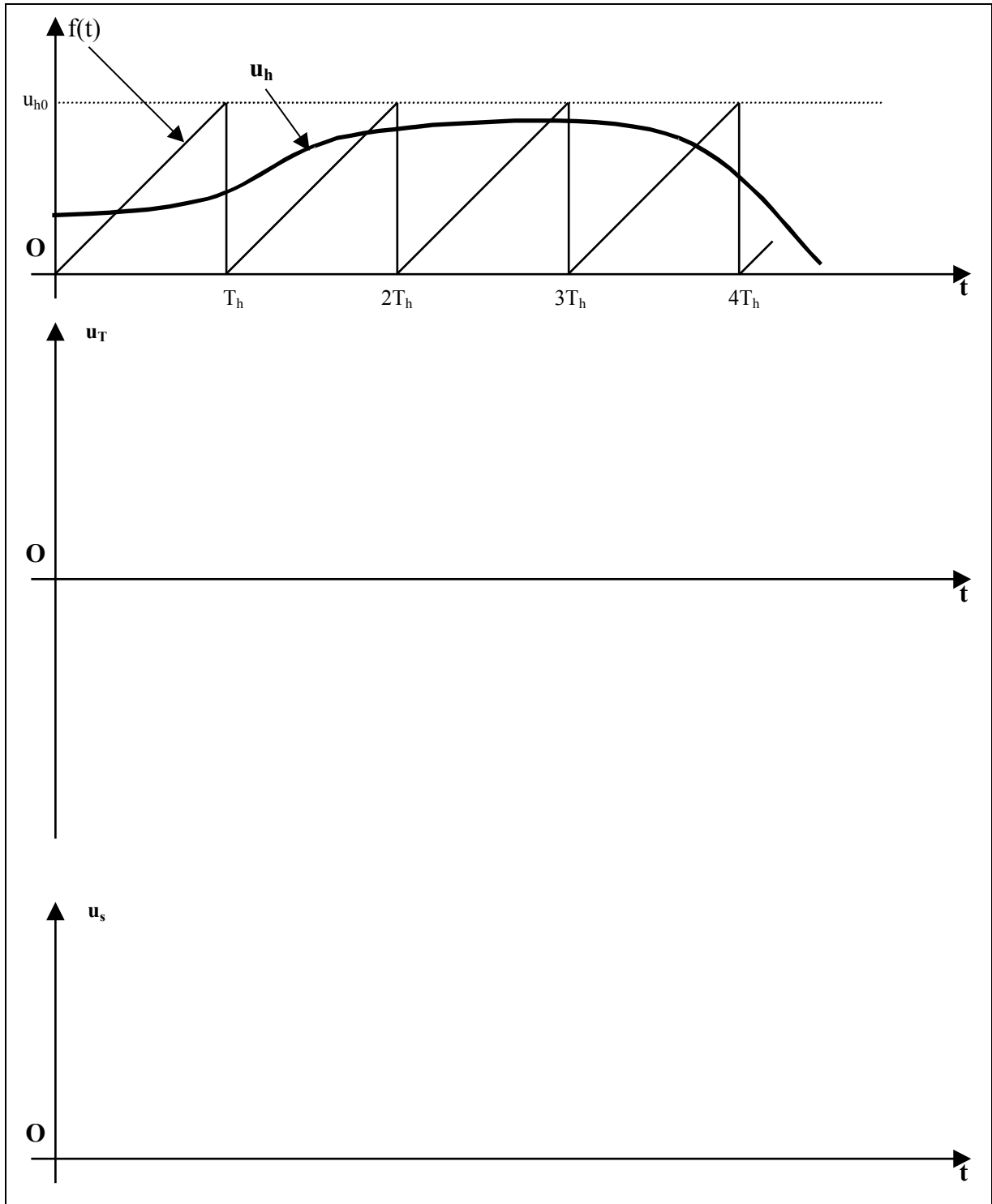
**C. Système du second ordre.**

Un système linéaire du second ordre, sans zéro, a une fonction de transfert  $G(p)$  qui peut s'écrire sous la forme suivante :  $G(p) = \frac{K}{1 + 2m \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$ . Dans cette expression,  $K$  est le gain statique,  $\omega_0$  la pulsation propre du système non

amorti et  $m$  le coefficient d'amortissement.



Document réponse n°1 : Hacheur



Document réponse n°2 : Asservissement

