

MÉCANISME D'AIDE A LA RÉÉDUCATION DE LA CHEVILLE.

Ce sujet s'articule autour de trois parties :

- une première partie relative à la compréhension du mécanisme, à l'analyse fonctionnelle et cinématique ainsi qu'à la critique des solutions technologiques.
- la deuxième partie concerne plus précisément l'analyse statique et dynamique du mécanisme.
- une évolution du système mécanique est envisagée dans la dernière partie.

Chacune de ces parties peut être traitée indépendamment. Il est conseillé au candidat d'aborder chacune d'entre elles et de répondre aux questions posées avec la plus grande **clarté** et **concision**. Il est également recommandé de ne pas passer plus d'1/5ème du temps de l'épreuve sur la troisième partie.

Les dimensions nécessaires aux applications numériques seront données dans le texte ou mesurées sur les documents fournis.

Présentation du mécanisme

Si la nature a bien fait les choses en dotant l'homme d'articulations qui lui permettent une multiplicité de mouvements, ces articulations n'en demeurent pas moins fragiles. Aussi, de nombreux dispositifs d'aide à la rééducation des membres et des articulations du corps humain ont été mis au point pour aider le kinésithérapeute à rééduquer les patients après endommagement ou rupture de leurs articulations.

Certains de ces dispositifs, parfois anciens, méritent d'être modernisés en les dotant de technologies actuelles. C'est dans cet esprit que nous nous proposons d'étudier un système mécanique d'aide à la rééducation de la cheville présenté *document 0* et *document 1*. Les schémas portés sur le *document 0* précisent les différentes mobilités du pied rendues possibles grâce à la cheville. On distingue notamment sur ces schémas les mouvements de flexion et d'extension du pied.

La rééducation se fait progressivement et passe par les phases suivantes:

- phase 'pied récepteur': le pied n'est pas moteur. C'est le début de la rééducation. Le mouvement de la cheville est assisté par la main du patient.
- phase 'pied moteur' : le pied redevient moteur. La puissance nécessaire au contrôle du mouvement du pied est alors fournie par le pied du patient.

Remarque: En utilisation normale la masse M_s et la corde 19 indiquées sur le *document 3* ne sont pas utilisées : la corde n'est pas attachée en F à 2. Il en sera ainsi dans toute l'étude sauf indication particulière.

Première partie : analyse fonctionnelle et cinématique.

Cette partie a pour but une analyse critique du mécanisme actuel au travers de son étude fonctionnelle et cinématique.

- 1 En vous aidant du repérage des pièces indiqué sur le schéma cinématique du mécanisme proposé **document 3**,
 - 1.1 Expliquez le fonctionnement global du mécanisme. Précisez, au moyen de schémas clairs, les entrée(s), sortie(s) et le cheminement de la puissance transmise pour les phases 'pied récepteur' et 'pied moteur'.
 - 1.2 Pourquoi a-t-on désaxé les pièces 5 et 7 de l'angle ϑ_0 ?
- 2 Les liaisons L_A et L_B sur le **document 3** sont des accouplements réalisés par des joints de cardan.
 - 2.1 Rappelez les principaux critères nécessitant l'utilisation d'un tel joint?
 - 2.2 L'utilisation d'un joint de cardan pour la liaison L_B est-elle indispensable?
 - 2.3 Par quelle liaison peut-on remplacer la liaison L_B sans nuire à la réalisation de la fonction globale du mécanisme ?
- 3 Le **document 2 (à rendre avec la copie)** fournit une ébauche de solution technologique relative à la réalisation de la liaison pivot entre la pièce 13 et le bâti 0, non détaillée **document 1**.
 - 3.1 Dessinez, en complétant le **document 2**, une solution technologique pour réaliser la liaison entre les pièces 13 et 0.
 - 3.2 Sur votre dessin, précisez et justifiez les ajustements utilisés pour le montage des roulements.
 - 3.3 Rappelez et expliquez la principale cause de détérioration d'une liaison pivot réalisée avec des roulements, suite à un mauvais choix des ajustements précédents.
- 4 On considère dans cette question que le pied du patient, en début de rééducation, **n'est pas moteur** et que la transmission de puissance par la courroie 9 montée entre les pièces 8 et 10 s'effectue sans glissement ni allongement de la courroie. Les diamètres primitifs des poulies 8 et 10 sont notées respectivement d_8 et d_{10} . On adoptera pour la suite les notations suivantes:

$\beta_i = (\vec{X}_i, \vec{Y}_i, \vec{Z}_i)$: base orthonormée directe attachée à la pièce i .

\vec{V}_M^{ij} : vitesse de M appartenant à la pièce i par rapport à la pièce j .

$\vec{\Omega}^{ij}$: vecteur vitesse de rotation de la pièce i par rapport à la pièce j .

C_{i-j} : centre de la liaison entre la pièce i et la pièce j .

Hypothèse : Les joints de cardan sont supposés homocinétiques.

- 4.1 Établissez le graphe des liaisons pour ce mécanisme sans tenir compte ni des pièces 17, 18, 19, 20, ni de la masse M_s .
- 4.2 Comment s'effectue le réglage de l'amplitude du mouvement du pied?
- 4.3 Traduisez la condition de roulement sans glissement en un point P quelconque du contact entre 8 et 9 puis en un point M quelconque du contact entre 9 et 10. En déduire les relations liant $\vec{\Omega}^{7/0}$ et $\vec{\Omega}^{13/0}$.
- 4.4 Pour une position donnée de C_{13-14} sur \vec{Y}_{13} , la liaison L_B ne fait apparaître aucune mobilité relative entre les pièces 15-14-16, Établissez, dans ce cas, l'expression de $\vec{\Omega}^{16/2}$ à partir des paramètres cinématiques

proposés **figure 1** du **document 4**, et géométriques nécessaires.

- 4.5 Le mécanisme est conçu de telle façon que les axes \vec{X}_2 et \vec{X}_{13} ne sont coplanaires que dans 2 positions particulières, repérées par P1 et P2 sur la **figure 2** du **document 4**. Dans la position P1, $\vec{Y}_{13} = \vec{Z}_0$ et $\alpha=0$. Dans la position P2, $\vec{Y}_{13} = -\vec{Z}_0$.

Quelle est la valeur de α dans la position P2?

Deuxième partie : étude du comportement statique et dynamique.

L'objectif de cette partie est d'analyser le comportement mécanique du mécanisme en vue d'apporter des modifications et améliorations pour la conception d'une machine future, objet de la troisième partie.

- 1 On souhaite rééduquer le pied du patient en flexion–extension. On enlève pour cela la tige 16 et on utilise la corde 19. Les mobilités entre 1 et 0 puis 2 et 3 sont supprimées ($\alpha=\beta=0$). Le point G appartenant à la pièce 2 se trouve alors sur l'axe $C_{1-3}\vec{Y}_3$. Les liaisons seront supposées parfaites et la corde inextensible.

1.1 Dans quelle position Pos_a ou Pos_b (**document 3**) faut-il placer la corde pour rééduquer le mouvement d'extension du pied ?

1.2 La corde étant dans la position Pos_b et le débattement maximum dans cette position étant Ψ_{max} (**figure 1** du **document 5**),

Déterminez, en fonction de h, l, r et Ψ_{max} , la distance d_{Ms} parcourue par la masse M_s suivant \vec{Z}_0 .

1.3 On donne $h=20$ cm, $l=23$ cm, $r=15$ cm, $g=9.81$ m.s⁻²

Déduisez–en le travail maximum à fournir par le pied du patient pour obtenir un débattement de la cheville de $\Psi_{max}=20^\circ$ pour une masse suspendue M_s de 5 kg. Faites l'application numérique.

- 2 Pour dimensionner en statique la liaison pivot entre 13 et 0, on adopte une modélisation poutre de la pièce 13 (**figure 2** du **document 4**). On effectuera les calculs dans la position telle que $\vec{Z}_{13} = \vec{Z}_0$. On notera dans la suite :

$\{\tau_{i>j}\}$: torseur représentatif des actions agissant de la pièce i sur la pièce j .

$\vec{R}(i>j)$: résultante de ce torseur et $\vec{M}_Q(i>j)$: moment en Q de ce torseur.

2.1 Justifiez le modèle de poutre retenu pour 13.

2.2 Le torseur $\{\tau_{10>13}\}$ représentatif des actions de 10 sur 13, est donné par ses éléments de réduction en C_{10-13} : $\vec{R}(10>13) = Y_{10>13}\vec{Y}_{13} + Z_{10>13}\vec{Z}_{13}$ et $\vec{M}_{C_{10-13}}(10>13) = L_{10>13}\vec{X}_{13}$

Expliquez, en isolant correctement les pièces nécessaires, la provenance des composantes de ce torseur. Évaluez $L_{10>13}$ pour une puissance fournie par la main du patient de 1 Watt et pour $\Omega^{10/0} = -0.05$ tr.s⁻¹ \vec{X}_{13} , la puissance effective disponible sur la poulie 10 étant de 0,7 Watt.

2.3 Déterminez, en C_{12-13} , dans la base $(\vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$, le torseur $\{\tau_{(11-12)>13}\}$ d'efforts représentatif des actions de l'ensemble $\{11-12\}$ sur 13, dans la configuration où toutes les masses M_i sont équidistantes de l'axe de rotation (**figure 3** du **document 4**).

2.4 On remplace la liaison 14–13 par une liaison rotule et on donne la résultante

$\vec{R}(14>13) = X_{14>13} \vec{X}_{13} + Y_{14>13} \vec{Y}_{13} + Z_{14>13} \vec{Z}_{13}$ des actions de 14 sur 13 agissant en C_{13-14} .

En traduisant l'équilibre de 13 et à partir des données de la **figure 2** du **document 4**, écrivez les équations scalaires permettant d'obtenir les inconnues d'efforts associées à la liaison 13-0. Calculez ces inconnues pour

$$X_{14>13} = 0 \text{ N}, Y_{14>13} = 10 \text{ N}, Z_{14>13} = 11.14 \text{ N et } Y_{10>13} = 5 \text{ N}, Z_{10>13} = 25 \text{ N}$$

2.5 Exprimez, en un point que vous préciserez et en fonction des données du chargement extérieur sur 13, les composantes du torseur $\{\tau_{coh}\}$ des efforts intérieurs (ou de cohésion) dans la partie $[C-C_{13-0}]$ de la poutre. Quelle est la nature des sollicitations dans cette partie?

3 Dans cette question, le **pied n'est pas considéré comme moteur**.

Les masses M_i , repérées **11** sur le **document 3**, sont toutes équidistantes de l'axe de rotation (**figure 3** du **document 4**). Pour simplifier l'étude cinématique, on considère que les axes

$C_{0-1} \vec{Z}_1$, $C_{1-3} \vec{Y}_3$, $C_{2-16} \vec{X}_{16}$ et $C_{13-0} \vec{X}_{13}$ sont concourants en C_{2-16} .

Les liaisons sont supposées parfaites.

3.1 Quel est le rôle des masses M_i ($M1$ à $M4$)?

3.2 Quel est, pour ce réglage particulier, la surface engendrée par le segment $[EF]$ au cours du mouvement? Dessinez-la.

3.3 Pour une puissance donnée suffisante développée par la main du patient sur la manivelle 5, a-t-on intérêt à écarter ou rapprocher les masses $M1$ à $M4$ de l'axe de rotation en début de rééducation? Pourquoi?

3.4 On notera $I(M,S) = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})}$ la matrice d'inertie qui caractérise en M, dans

la base $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ l'opérateur d'inertie associé au solide S.

Déterminez, en fonction des paramètres nécessaires fournis **figure 2** du **document 5** et **figure 3** du **document 4**, la matrice d'inertie $I(G_i, M_i)$ d'une masse 11 relativement à la base de $(\vec{X}_{11}, \vec{Y}_{11}, \vec{Z}_{11})$. Calculez ensuite le moment d'inertie par rapport à \vec{X}_{13} de l'ensemble $\{E\} = \{\text{Croix 12} + \text{Masses 11}\}$ relativement à la base $(\vec{X}_{13}, \vec{Y}_{13}, \vec{Z}_{13})$.

Faites l'application numérique sachant que les pièces 11 et 12 sont en acier (masse volumique 7800 kg.m^{-3}).

3.5 Le patient génère, par action sur la manivelle, un effort harmonique de la forme $C(t) = C_0 \cos \vartheta(t)$. Le mouvement de son pied ne fait apparaître aucune mobilité cinématique entre les pièces 2 et 3 ($\beta=0$). On mesure l'évolution temporelle des composantes de moment $M_{2>16}$ et $N_{2>16}$, respectivement selon \vec{Y}_2 et \vec{Z}_2 . On note β_0 l'angle entre \vec{X}_2 et \vec{X}_{13} . En considérant comme prépondérantes les quantités d'inertie associées à l'ensemble précédent,

Déterminez, par application du théorème de l'énergie cinétique à un ensemble que vous préciserez, la relation liant $\ddot{\vartheta}, \dot{\alpha}, \dot{\psi}, \dot{\vartheta}, \psi, \vartheta, M_{2>16}, N_{2>16}, \beta_0$ et les données géométriques nécessaires.

4 Dans cette question, le **pied redevient moteur** et l'action de la main du patient agit uniquement pour aider et soulager le pied du patient si nécessaire.

- 4.1 On décide d'écarter seulement la masse M_1 de la distance L_1 de l'axe \vec{X}_{13} , les 3 autres masses restant à la distance L_0 de cet axe (**figure 4** du **document 4**).
- 4.1.1 Sans faire de calculs, donnez, en la justifiant, l'allure (composantes non nulles) de la matrice d'inertie $I(C_{12-13}, E)$ de l'ensemble $\{E\} = \{\text{croix 12} + \text{Masses 11}\}$ relativement à la base $(\vec{X}_{13}, \vec{Y}_{13}, \vec{Z}_{13})$?
- 4.1.2 Montrez l'existence d'un balourd. Quel est, pour la rééducation du pied, son intérêt?
- 4.1.3 Ce balourd a-t-il une conséquence importante sur le dimensionnement de la liaison pivot entre 13 et 0? Justifiez votre réponse.
- 4.2 Expliquez pourquoi l'existence de jeux dans les liaisons, notamment au niveau des joints de cardan peut occasionner de forts désagréments pour le patient.

Troisième partie : Modifications et améliorations.

Compte tenu des difficultés de contrôle du mouvement imposé au pied du patient du fait de la présence de jeux dans les liaisons pouvant occasionner de forts désagréments pour ce dernier en début de rééducation, on souhaite améliorer ce dispositif selon trois objectifs principaux:

- mieux contrôler les mouvements imposés à la cheville (*objectif 1*),
- réaliser un système moins encombrant, plus léger, facilement transportable pour que le patient puisse l'utiliser à domicile (*objectif 2*),
- limiter le couple maximum transmissible à la cheville (sécurité pour le patient) (*objectif 3*).

L'analyse, **principalement qualitative**, proposée dans cette partie vise essentiellement la réalisation de l'*objectif 1*, celle des *objectifs 2* et *3* n'est pas abordée.

- 1 On s'oriente vers une solution plus évoluée utilisant un contrôle en temps réel de la commande en fonction de la douleur ressentie par le patient.
L'ensemble $\{4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10\}$ est remplacé par un moteur à définir qui sera piloté selon les souhaits du patient et du kynésithérapeute.
- 1.1 *Quelle technologie de moteur (électrique, hydraulique, pneumatique,...) envisagez-vous pour cette utilisation ? Justifiez votre réponse.*
- 1.2 Parmi les impératifs du cahier des charges, il faut notamment :
- pouvoir réguler le couple transmis ou la vitesse de sortie, pour une puissance donnée (*fonction 1*).
 - pouvoir arrêter et redémarrer le dispositif sans à coups (*fonction 2*).
 - pouvoir débrayer le moteur à chaque instant (*fonction 3*).
- 1.2.1 *Citez deux autres fonctions que doit satisfaire le moteur.*
- 1.2.2 *Comment instrumenter (type, emplacement et utilisation des capteurs) le dispositif afin de réaliser la fonction 1 ?*
- 1.2.3 *Quel dispositif peut-on prévoir pour réaliser simplement la fonction 3 ?*
- 2 L'automatisation de la commande doit également permettre de régler facilement l'amplitude du mouvement souhaité, selon le stade de la rééducation. Pour cela, on souhaite modifier la liaison entre 13 et 14 et la remplacer par une liaison hélicoïdale réalisée par un système vis-écrou, la rotation de la vis pouvant être facilement commandable,
Faites un schéma clair illustrant la mise en oeuvre technologique de cette liaison dans le mécanisme.