

Note au candidat

L'épreuve est constituée de trois problèmes **totale**ment indépendants : le premier d'électromagnétisme, le second de thermodynamique, le troisième, de moindre importance, portant sur la chimie.

Ces problèmes seront traités sur des **copies séparées**. On veillera à bien indiquer et à respecter la numérotation des questions.

Il sera tenu compte de la **présentation** et de la **rigueur** dans les expressions mathématiques.

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1 à 7.

PREMIER PROBLEME
ETUDE D'UN CONDENSATEUR PLAN

Dans ce problème, les effets de bord seront systématiquement ignorés.

ϵ_0 représente la permittivité du vide. $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9}$ S.I.

I - Plan infini chargé

On considère un plan infini situé dans le vide en $x = 0$, uniformément chargé avec une densité surfacique de charges σ , positive.

A.1.1. En raisonnant sur les symétries du problème, déterminer la direction du champ électrique en tout point de l'espace. Quel est le sens du champ électrique en tout point ?

A.1.2. Montrer que le module du champ électrique $E(x)$ en tout point de l'espace vaut $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$.

Donner l'expression vectorielle du champ électrique en tout point.

A.1.3. Tracer l'allure de la courbe $E(x)$.

Quelle propriété du champ électrostatique est vérifiée à la traversée du plan chargé ?

A.1.4. On considère maintenant deux plans infinis, orthogonaux à l'axe Ox . Ces plans, désignés (1) et (2), sont respectivement situés en $x = 0$ et $x = d_1 (> 0)$ et chargés à la densité surfacique $+\sigma$ et $-\sigma$. L'ensemble est situé dans le vide.

Déterminer le champ électrostatique \vec{E} en fonction de x en tout point de l'espace, en utilisant le résultat de la question **A.1.2**.

A.1.5. Il s'agit en réalité de deux plans conducteurs supposés infinis, d'épaisseur négligeable. L'ensemble des deux plans parallèles séparés par du vide constitue un condensateur plan. Ce condensateur est chargé sous une tension $U_1 = V_1 - V_2$, positive (V_1 étant le potentiel de l'armature (1)).

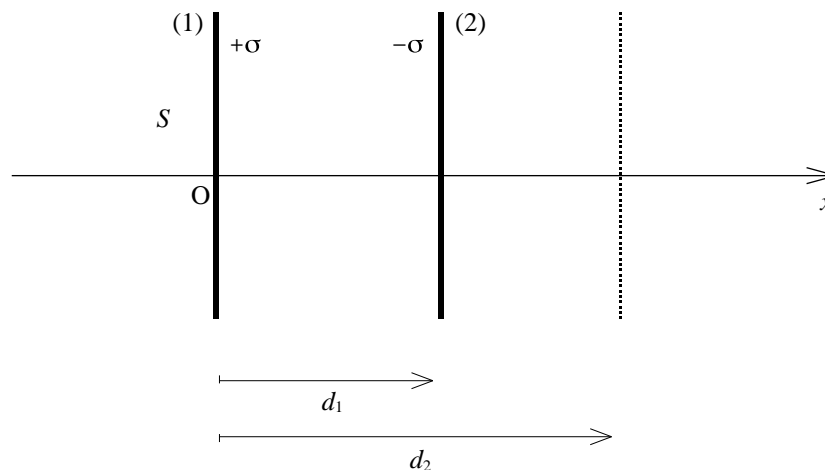
Etablir l'expression de la capacité C de ce condensateur plan.

On considérera la capacité associée aux deux surfaces S en regard, les effets de bord étant négligés.

Application numérique : $d_1 = 1,00 \text{ cm}$ $S = 25,0 \text{ cm}^2$.

II - Déplacement d'une armature du condensateur plan chargé isolé

Le condensateur, chargé sous la tension U_1 , est isolé de la source de tension. On garde fixe l'armature (1) située en $x = 0$ et on éloigne l'armature (2) à une distance $d_2 = 5,00 \text{ cm}$ de la première. Soit S la surface des armatures en regard.



A.2.1. Quelle est la tension finale U_2 entre les armatures ?

Application numérique : $U_1 = 5,00 \text{ kV}$.

A.2.2. Etablir l'expression vectorielle de la force électrique \vec{F} s'exerçant sur l'armature (2), en fonction de σ , S et ϵ_0 .

A.2.3. En déduire le travail W fourni par l'opérateur en fonction de U_1 , S , d_1 , d_2 et ϵ_0 .

Faire l'application numérique.

A.2.4. Calculer E la variation d'énergie emmagasinée par le condensateur au cours de ce déplacement, en fonction de U_1 , S , d_1 , d_2 et ϵ_0 .

Comparer avec le travail fourni par l'opérateur.

III - Déplacement d'une armature du condensateur plan chargé sous tension constante

Le générateur maintient cette fois le condensateur sous tension constante, U_1 .

Les armatures étant initialement distantes de d_1 , on écarte l'armature (2) de façon à l'amener à la distance d_2 de la première qui reste fixe. Les armatures sont séparées par du vide.

A.3.1. Quelle est la charge finale Q_2 du condensateur ?

Faire l'application numérique pour $U_1 = 5,00$ kV.

A.3.2. Etablir l'expression vectorielle de la force électrique \vec{F} s'exerçant sur l'armature (2), en fonction de U_1 , S , ϵ_0 et de x , la distance entre les armatures à un instant donné.

A.3.3. En déduire le travail W fourni par l'opérateur en fonction de U_1 , S , d_1 , d_2 et ϵ_0 .

Faire l'application numérique pour $d_2 = 5,00$ cm.

A.3.4. Calculer E , la variation d'énergie emmagasinée par le condensateur au cours de ce déplacement, en fonction de U_1 , S , d_1 , d_2 et ϵ_0 .

Comparer avec le travail fourni par l'opérateur.

A.3.5. Comparer les travaux fournis par l'opérateur dans les deux cas (questions **A.2.3.** et **A.3.3.**).

Interpréter.

IV - Charge lente d'un condensateur plan

On considère que le condensateur plan a des armatures circulaires de rayon a situées à la distance d_1 l'une de l'autre. On s'intéresse à la charge, supposée lente, du condensateur. On note $q(t)$ la charge portée par l'armature (1), à l'instant t .

On désigne par S la surface latérale du cylindre de rayon a s'appuyant sur le bord des armatures. On suppose $a \gg d_1$ de façon à pouvoir négliger les effets de bord.

On ignorera tout phénomène d'induction dû à la variation du champ magnétique.

A.4.1. Rappeler les équations de Maxwell dans le vide sous forme locale et donner leurs expressions intégrales ainsi que leur signification physique.

A.4.2. En raisonnant sur les symétries du dispositif, déterminer la direction du champ magnétique et donner la forme des lignes de champ du champ magnétique.

A.4.3. Etablir l'expression du champ magnétique \vec{B} sur S en fonction de dq/dt , a , μ_0 (μ_0 représente la perméabilité magnétique du vide).

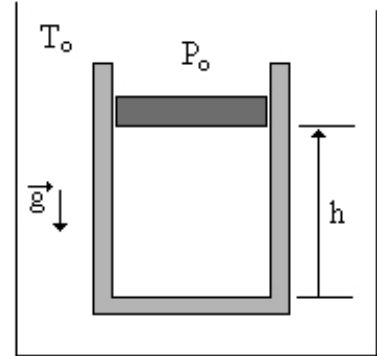
A.4.4. Donner l'expression du champ électrique \vec{E} sur S en fonction de $q(t)$, a , ϵ_0 .

A.4.5. Donner l'expression du vecteur de Poynting \vec{S} . Quelle est sa direction ?
Interpréter le résultat.

A.4.6. Déterminer le flux du vecteur de Poynting à travers la surface latérale du condensateur, en fonction de $q(t)$, dq/dt , a , d_1 et ϵ_0 .
Exprimer ce flux en fonction de q et C (C représente la capacité du condensateur plan).
Interpréter ce résultat.

DEUXIEME PROBLEME
COMPRESSION LENTE ET BRUTALE D'UN GAZ PARFAIT

Un cylindre vertical, de section constante S , est fermé par un piston de masse m qui peut coulisser sans frottement. Il contient un nombre n de moles d'un gaz supposé parfait. L'ensemble est plongé dans un milieu dont la température T_0 , la pression P_0 sont constantes et où règne un champ de pesanteur \vec{g} , uniforme et vertical. La position du piston est repérée par son altitude h par rapport au fond du cylindre.



On admettra que les seuls travaux de forces extérieures à considérer entre deux états d'équilibre sont ceux des forces de pression et de pesanteur.

On étudie différentes transformations permettant, à l'aide d'une masse M , de comprimer ce gaz à partir du même état initial de pression P_1 , volume $V_1 = S.h_1$ et température T_1 .

Données numériques pour tout le problème :

- constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$;
- capacité calorifique molaire à volume constant : $C_{vm} = \frac{3}{2} R$;
- $M = 20,0 \text{ kg}$; $m = 10,0 \text{ kg}$; $S = 100 \text{ cm}^2$; $P_0 = 1,00 \times 10^5 \text{ Pa}$; $T_0 = T_1 = 300 \text{ K}$; $h_1 = 30,0 \text{ cm}$; $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

Question préliminaire :

B.0. Initialement, le piston se trouve en équilibre sur la masse gazeuse à la hauteur h_1 du fond du cylindre. La température est $T_1 = T_0$.

Exprimer la pression P_1 du gaz et le nombre n de moles contenues dans ce volume.
Application numérique. Calculer P_1 et n .

I - Les parois sont athermanes (imperméables à la chaleur). On opère lentement

Les parois du cylindre et le piston sont athermanes (*i.e.* imperméables à la chaleur). On réalise une transformation en ajoutant successivement de petites masses sur le piston jusqu'à ce que la masse totale de la surcharge soit égale à M .

B.1.1. Comment nomme-t-on cette transformation ?

- B.1.2.** A partir de la relation de Mayer pour un gaz parfait, calculer la valeur de l'exposant isentropique γ (rapport des capacités calorifiques à pression et volume constants).
- B.1.3.** Soit P_2 la pression et T_2 la température du gaz, ainsi que h_2 l'altitude du piston dans l'état d'équilibre final.
Quelle relation relie P_1 , V_1 , P_2 et V_2 ?
- B.1.4.** Déterminer P_2 , h_2 et T_2 .
- B.1.5.** Quelle est la variation d'entropie S_{12} du gaz au cours de cette transformation ?
- B.1.6.** *Application numérique.* Calculer P_2 , h_2 , T_2 et S_{12} .

II - Les parois sont athermanes (imperméables à la chaleur). On opère brutalement

On revient à l'état initial P_1 , T_1 , h_1 .

On ajoute alors brutalement sur le piston une même masse M et on admet qu'un nouvel état d'équilibre s'établit.

- B.2.1.** Quelle est la pression d'équilibre P_3 du gaz ?
- B.2.2.** Exprimer l'altitude h_3 du piston en fonction de h_1 , P_1 , P_3 , T_1 et de la température d'équilibre du gaz T_3 .
Montrer que la température T_3 est égale à $T_1 \frac{2P_3 + 3P_1}{5P_1}$.
- B.2.3.** Sachant que l'entropie est une fonction d'état, exprimer, en fonction de T_1 , T_3 , P_1 et P_3 , la variation d'entropie S_{13} du gaz au cours de cette transformation.
- B.2.4.** *Application numérique.* Calculer T_3 , h_3 et S_{13} . Comparer h_3 et h_2 .

III - Les parois sont diathermanes (perméables à la chaleur). On opère lentement

Les parois du cylindre et le piston sont dorénavant diathermanes (*i.e.* perméables à la chaleur).

On réalise la transformation lentement, de la même manière qu'à la section **B-I**.

- B.3.1.** Déterminer les paramètres P_2' , T_2' , et h_2' de l'état d'équilibre final.
- B.3.2.** Exprimer le travail W et la chaleur Q échangés au cours de cette transformation.
- B.3.3.** Quelles sont les variations d'entropie du gaz, du thermostat et de l'ensemble gaz-thermostat ?
- B.3.4.** *Application numérique.* Calculer h_2' , W , Q et les variations d'entropie.

VI - Les parois sont diathermanes (perméables à la chaleur). On opère brutalement

On réalise la transformation brutalement, de la même manière qu'à la section **B-II**.

- B.4.1.** Déterminer les paramètres P_3' , T_3' , et h_3' de l'état d'équilibre final.
- B.4.2.** Exprimer le travail W' et la chaleur Q' échangés au cours de cette transformation.
- B.4.3.** Quelles sont les variations d'entropie du gaz, du thermostat et de l'ensemble gaz-thermostat ?
- B.4.4.** *Application numérique.* Calculer h_3' , W' , Q' et les variations d'entropie. Commenter.

TROISIEME PROBLEME

ETUDE DE QUELQUES PROPRIETES DU FER ET DE SES IONS

I - L'élément Fer

L'élément « fer » a pour numéro atomique $Z = 26$. Le fer naturel est un mélange de quatre isotopes :
 ^{54}Fe : 6,04 %, ^{56}Fe : 91,57 %, ^{57}Fe : 2,11 %, ^{58}Fe : 0,28 %.

- C.1.1.** Qu'appelle-t-on noyaux isotopes ?
- C.1.2.** Sur quelle propriété physique est basée la séparation des noyaux isotopes ?
Citer un appareil permettant la séparation des noyaux isotopes.
- C.1.3.** Calculer la masse molaire moyenne de l'atome de fer, en admettant que les masses molaires atomiques exprimées en $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ s'identifient avec les nombres de masse.
- C.1.4.** En rappelant brièvement les règles utilisées, donner la configuration électronique de l'atome de fer dans son état fondamental, puis celle des ions fer(II) et fer(III).

II - Dosage A

L'ion thiocyanate SCN^- est utilisé comme réactif d'identification des ions fer(III) en solution aqueuse.

Il se forme l'ion complexe FeSCN^{2+} fortement coloré en rouge. Cette coloration est perceptible pour une concentration supérieure à $1,00 \times 10^{-5} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

On considère une solution de thiocyanate de potassium à $0,100 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ à laquelle on ajoute une faible quantité de sel de fer(III).

- C.2.1.** Pour quelle concentration en ions fer(III), la coloration rouge devient-elle visible ?
Tirer une conclusion sur la sensibilité de la réaction.
On donne : la constante de formation du complexe K_f vaut 100.

On prépare une solution en dissolvant du chlorure de sodium dans de l'acide chlorhydrique. Soit S cette solution. On désire connaître la concentration en ions chlorure et en ions hydronium H_3O^+ dans cette solution.

Dans une première étape, on traite $10,0 \text{ cm}^3$ de la solution S par de la soude à $0,020 \text{ mol.L}^{-1}$. Il faut verser $15,0 \text{ cm}^3$ de soude pour atteindre l'équivalence.

- C.2.2.** Comment détecte-t-on l'équivalence ?

- C.2.3.** Ecrire l'équation-bilan de la réaction de dosage.

- C.2.4.** Calculer la concentration molaire en ions hydronium dans la solution S .

III - Dosage B

On reprend la solution S de la section précédente (cf. **C-II**).

Dans un erlenmeyer, on place maintenant : $10,0 \text{ cm}^3$ de la solution S , $20,0 \text{ cm}^3$ d'eau, $5,0 \text{ cm}^3$ d'acide nitrique concentré et on ajoute $20,0 \text{ cm}^3$ de solution de nitrate d'argent en excès à $0,100 \text{ mol.L}^{-1}$.

On chauffe au voisinage de l'ébullition.

Après refroidissement, on ajoute $1,0 \text{ cm}^3$ de solution d'alun ferrique ammoniacal (sel de formule $(NH_4)_2SO_4, Fe_2(SO_4)_3, 24 H_2O$ contenant des ions fer(III)).

On dose ensuite par une solution de thiocyanate de potassium à $0,100 \text{ mol.L}^{-1}$. Il faut verser $13,3 \text{ cm}^3$ de solution de thiocyanate de potassium pour atteindre l'équivalence.

On donne : $pK_S(AgSCN) = 12,0$ et $pK_S(AgCl) = 9,75$.

- C.3.1.** Ecrire les équations-bilan des différentes réactions. Comment détecte-t-on l'équivalence ?

- C.3.2.** Pourquoi doit-on acidifier la solution S par de l'acide nitrique ?

- C.3.3.** Etablir l'expression littérale de la concentration molaire en ions chlorure dans la solution S et calculer sa valeur.

- C.3.4.** Calculer la concentration résiduelle en ions Ag^+ au moment de l'apparition du complexe $FeSCN^{2+}$. Conclusion.

- C.3.5.** Déduire des résultats précédents la concentration molaire en acide chlorhydrique et la concentration molaire en chlorure de sodium dans la solution S .

- C.3.6.** Calculer la concentration massique en chlorure de sodium dans la solution S .

On donne : $M_{\text{Cl}} = 35,45 \text{ g.mol}^{-1}$ $M_{\text{Na}} = 23,0 \text{ g.mol}^{-1}$.

ooooooo